МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Т.С. Бородина
Е.В. Пройдакова

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ПО ТЕМЕ «ОДНОМЕРНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ»

Учебно-методическое пособие

Рекомендовано методической комиссией
Института информационных технологий, математики и механики
для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки
09.03.04 «Программная инженерия», 01.03.02 «Прикладная математика
и информатика», 09.03.03 «Прикладная информатика»
и 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии»

Нижний Новгород
2020

УДК 519.21(075.8)
ББК 22.17я73-4
Б83

Б83 Бородина Т.С., Пройдакова Е.В. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ПО ТЕМЕ «ОДНОМЕРНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ»: Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2020. – 66 с.

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент **Н.В. Кротов**

Учебно-методическое пособие содержит вопросы для собеседования, практические и тестовые задания по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика», относящиеся к разделу «Одномерные случайные величины».

Пособие будет полезно при изучении дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» студентам ИИТММ, обучающимся по направлениям подготовки «Программная инженерия», «Прикладная математика и информатика», «Прикладная информатика» и «Фундаментальная информатика и информационные технологии».

УДК 519.21(075.8)
ББК 22.17я73-4

Оглавление

1. Вопросы для собеседования

Раздел содержит контрольные вопросы по теме «Одномерные случайные величины».

1. Дайте определение одномерной случайной величины, приведите примеры.
2. Сформулируйте определение интегральной функции распределения или интегрального закона распределения одномерной случайной величины.
3. Перечислите свойства интегральной функции распределения одномерной случайной величины.
4. Какая одномерная случайная величина называется дискретной? Приведите примеры.
5. Что называется распределением дискретной одномерной случайной величины?
6. По какой формуле вычисляется интегральная функция распределения дискретной одномерной случайной величины?
7. Какой вид имеет график интегральной функции распределения дискретной одномерной случайной величины?
8. Что такое ряд распределения дискретной одномерной случайной величины?
9. Что такое многоугольник или полигон распределения вероятностей?
10. Как найти интегральную функцию распределения дискретной одномерной случайной величины, зная ряд распределения?
11. Как найти ряд распределения дискретной одномерной случайной величины, зная интегральную функцию распределения?
12. Как найти вероятность попадания дискретной одномерной случайной величины ζ в следующие интервалы: (a, b), $[a, b)$, $(a, b]$ и $[a, b]$?
13. Какая одномерная случайная величина называется непрерывной? Приведите примеры.
14. Сформулируйте свойства плотности распределения вероятностей.
15. Сформулируйте свойства интегральной функции распределения непрерывной одномерной случайной величины.
16. Как найти интегральную функцию распределения непрерывной одномерной случайной величины, зная плотность распределения?
17. Как найти плотность распределения непрерывной одномерной случайной величины, зная интегральную функцию распределения?
18. Как найти вероятность попадания непрерывной одномерной случайной величины ζ в следующие интервалы: (a, b), $[a, b)$, $(a, b]$ и $[a, b]$?
19. Дайте определение математического ожидания одномерной случайной величины.

20. Как вычисляется математическое ожидание для дискретной одномерной случайной величины?
21. Как вычисляется математическое ожидание для непрерывной одномерной случайной величины?
22. Всегда ли можно вычислить математическое ожидание одномерной случайной величины?
23. Сформулируйте основные свойства математического ожидания.
24. Дайте определение дисперсии одномерной случайной величины.
25. Приведите две основные формулы для вычисления дисперсии одномерной случайной величины.
26. Как вычисляется дисперсия для дискретной одномерной случайной величины?
27. Как вычисляется дисперсия для непрерывной одномерной случайной величины?
28. Сформулируйте основные свойства дисперсии.
29. Как вычислить среднее квадратическое отклонение одномерной случайной величины?
30. Как найти квантиль порядка p $(0 < p < 1)$ для дискретной и непрерывной одномерных случайных величин?
31. Как определяется медиана одномерной случайной величины?
32. Приведите определение моды одномерной случайной величины для дискретного и непрерывного случаев.
33. Как определяется начальный момент k-ого порядка одномерной случайной величины? Приведите формулы для вычисления начального момента k-ого порядка для дискретной и непрерывной одномерных случайных величин.
34. Как определяется центральный момент k-ого порядка одномерной случайной величины? Приведите формулы для вычисления центрального момента k-ого порядка для дискретной и непрерывной одномерных случайных величин.
35. Приведите формулы для вычисления эксцесса и асимметрии.
36. Какие числовые характеристики являются характеристиками положения, разброса, формы плотности распределения случайных величин?
37. Какую случайную величину называют функцией от случайного аргумента?
38. Как найти закон распределения вероятностей для случайной величины $\eta = g(\zeta)$, где $y = g(x)$ есть измеримая функция, а ζ – дискретная случайная величина?
39. Приведите формулу для нахождения плотности распределения вероятностей для случайной величины $\eta = g(\zeta)$, где $y = g(x)$ есть строго монотонная, имеющая первую производную функция, а ζ – непрерывная случайная величина.

40. Как найти плотность распределения и интегральную функцию для случайной величины $\eta = g(\zeta)$, где $y = g(x)$ есть кусочно-монотонная и дифференцируемая на всей своей области определения функция, а ζ – непрерывная случайная величина?
41. В чем заключается схема независимых испытаний (схема Бернулли)?
42. Какая дискретная случайная величина называется биномиальной? Приведите примеры.
43. Чему равно математическое ожидание и дисперсия биномиальной случайной величины?
44. Какая дискретная случайная величина называется распределенной по закону Пуассона? Приведите примеры.
45. Чему равно математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределенной по закону Пуассона?
46. Какая дискретная случайная величина называется распределенной по закону Бернулли?
47. Чему равно математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределенной по закону Бернулли?
48. Как связаны между собой биномиальная случайная величина и случайная величина, распределенная по закону Бернулли?
49. Какая дискретная случайная величина имеет геометрическое распределение? Приведите примеры.
50. Чему равно математическое ожидание и дисперсия случайной величины, имеющей геометрическое распределение?
51. Какая дискретная случайная величина имеет гипергеометрическое распределение? Приведите примеры.
52. Чему равно математическое ожидание и дисперсия случайной величины, имеющей гипергеометрическое распределение?
53. Какая непрерывная случайная величина называется нормальной или имеющей распределение Гаусса? Приведите примеры.
54. Чему равно математическое ожидание и дисперсия случайной величины, имеющей нормальное распределение?
55. Чему равно математическое ожидание и дисперсия стандартной нормальной случайной величины?
56. Что такое срединное отклонение?
57. Как найти вероятность попадания в интервал $[a, b)$ для нормальной случайной величины?
58. Сформулируйте правило трех сигм.
59. Какая случайная величина называется равномерной? Приведите примеры.
60. Чему равно математическое ожидание и дисперсия равномерной случайной величины?

61. Как найти вероятность попадания в интервал $[a, b)$ для равномерной случайной величины?
62. Какая случайная величина называется показательной или экспоненциальной? Приведите примеры.
63. Чему равно математическое ожидание и дисперсия показательной случайной величины?
64. Как найти вероятность попадания в интервал $[a, b)$ для показательной случайной величины?

2. Тестовые задания

Раздел содержит тестовые задания по теме «Одномерные случайные величины».

2.1. Одномерные дискретные случайные величины, их законы распределения

Вопрос 1

Укажите определение интегральной функции распределения $F_\xi(x)$ одномерной случайной величины $\xi(\omega)$:

Варианты ответов:

1) $F_\xi(x) = \mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) > x\}), x \in X$.
2) $F_\xi(x) = \mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) \le x\}), x \in X$.
3) $F_\xi(x) = \mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) < x\}), x \in X$.
4) $F_\xi(x) = \mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) = x\}), x \in X$.
5) $F_\xi(x) = \mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) \ge x\}), x \in X$.

Вопрос 2

Пусть $\xi(\omega)$ является дискретной случайной величиной, которая принимает возможные значения $x_1, x_2, \ldots$ и имеет интегральную функцию распределения $F_\xi(x)$.

Выберите верные утверждения:

Варианты ответов:

1) Имеет место равенство $\mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) = x_1\}) = 0$.
2) Имеет место равенство $F_\xi(x) = \sum\limits_{i: x_i < x} \mathrm{P}(\xi = x_i)$.
3) Имеет место равенство $\sum\limits_i \mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) = x_i\}) < 1$.
4) Имеет место равенство $F_\xi(x_i + 0) - F_\xi(x_i) > \mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) = x_i\})$.
5) Имеет место равенство $F_\xi(x_i + 0) - F_\xi(x_i) < \mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) = x_i\})$.
6) Имеет место равенство $F_\xi(x_i + 0) - F_\xi(x_i) = \mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) = x_i\})$.

Вопрос 3

Укажите верные утверждения относительно интегральной функции распределения $F_{\xi}(x)$ одномерной случайной величины $\xi(\omega)$:

Варианты ответов:

1) $F_{\xi}(x)$ является неубывающей функцией.
2) $F_{\xi}(x)$ - непрерывная слева функция.
3) $F_{\xi}(x)$ - непрерывная справа функция.
4) $F_{\xi}(x)$ - невозрастающая функция.
5) $F_{\xi}(x)$ является убывающей функцией.
6) $F_{\xi}(x)$ является возрастающей функцией.

Вопрос 4

Укажите верное утверждение относительно интегральной функции распределения $F_{\xi}(x)$ одномерной случайной величины $\xi(\omega)$:

Варианты ответов:

1) $F_{\xi}(x)$ удовлетворяет неравенству $0 < F_{\xi}(x) < 1$.
2) $F_{\xi}(x)$ удовлетворяет неравенству $0 \le F_{\xi}(x) \le 1$.
3) $F_{\xi}(x)$ удовлетворяет неравенству $-1 < F_{\xi}(x) < 1$.
4) $F_{\xi}(x)$ удовлетворяет неравенству $-1 \le F_{\xi}(x) \le 1$.
5) $F_{\xi}(x)$ удовлетворяет неравенству $-1 < F_{\xi}(x) < 0$.
6) $F_{\xi}(x)$ удовлетворяет неравенству $-1 \le F_{\xi}(x) \le 0$.

Вопрос 5

Укажите верные утверждения, касающиеся интегральной функции распределения $F_{\xi}(x)$ одномерной случайной величины $\xi(\omega)$:

Варианты ответов:

1) $F_{\xi}(x)$ удовлетворяет предельному равенству $\lim\limits_{x \to +\infty} F_{\xi}(x) = F_{\xi}(+\infty) = 1$.

2) $F_\xi(x)$ удовлетворяет предельному равенству $\lim\limits_{x \to -\infty} F_\xi(x) = F_\xi(-\infty) = 0$.

3) $F_\xi(x)$ удовлетворяет предельному равенству $\lim\limits_{x \to -\infty} F_\xi(x) = F_\xi(-\infty) = -1$.

4) $F_\xi(x)$ удовлетворяет предельному равенству $\lim\limits_{x \to -\infty} F_\xi(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} F_\xi(x) = 1$.

5) $F_\xi(x)$ удовлетворяет предельному равенству $\lim\limits_{x \to -\infty} F_\xi(x) = F_\xi(+\infty) = 1$.

6) $F_\xi(x)$ удовлетворяет предельному равенству $\lim\limits_{x \to +\infty} F_\xi(x) = F_\xi(+\infty) = 0$.

Вопрос 6

Закончите формулировку утверждения.

Одномерная случайная величина $\xi(\omega)$ называется дискретной, если

Варианты ответов:

1) множество ее возможных значений счётно $X = \{x_1, x_2, ...\}$, причем
$\mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) = x_1\}) = p_1 > 0,\ \mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) = x_2\}) = p_2 > 0, ...$ и $p_1 + p_2 + ... = 1$

2) множество ее возможных значений счётно $X = \{x_1, x_2, ...\}$ и
$\mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) = x_1\}) = p_1 > 0,$ $\mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) = x_2\}) = p_2 \ge 0, ...$

3) множество ее возможных значений несчётно и существует интегральная функция распределения
$F_\xi(x) = \mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) < x\}), x \in X$.

Вопрос 7

Дискретная случайная величина ξ имеет следующий ряд распределения:

$\xi = x_i$	-1	1	2	4
$\mathrm{P}(\xi = x_i)$	c	$0,5c$	$0,5c$	$3c^2$

где $c = const$. Найти c.

Варианты ответов:

1) $c = 1/4$.

2) $c = 1/5$.
3) $c = 1/3$.
4) $c = 1$.
5) $c = 5$.

Вопрос 8

Дискретная случайная величина ξ имеет следующий ряд распределения:

$\xi = x_i$	-1	1	2	4
$\mathrm{P}(\xi = x_i)$	0,1	0,2	0,4	0,3

Найти $P(-0{,}2 \le \xi < 4)$.

Варианты ответов:

1) $P(-0{,}2 \le \xi < 4) = 0{,}2$.
2) $P(-0{,}2 \le \xi < 4) = 0{,}7$.
3) $P(-0{,}2 \le \xi < 4) = 0{,}1$.
4) $P(-0{,}2 \le \xi < 4) = 0{,}6$.
5) $P(-0{,}2 \le \xi < 4) = 0{,}3$.
6) $P(-0{,}2 \le \xi < 4) = 0$.

Вопрос 9

Дискретная случайная величина ξ имеет следующий ряд распределения:

$\xi = x_i$	-1	1	2	4
$\mathrm{P}(\xi = x_i)$	0,1	0,2	0,4	0,3

Найти $\mathrm{P}(\xi \le 2)$.

Варианты ответов:

1) $\mathrm{P}(\xi \le 2) = 0{,}2$.
2) $P(\xi \le 2) = 0{,}7$.
3) $P(\xi \le 2) = 0{,}1$.
4) $P(\xi \le 2) = 0{,}6$.
5) $P(\xi \le 2) = 0{,}3$.

6) $P(\xi \leq 2) = 1$.

Вопрос 10

Дискретная случайная величина ξ имеет следующий ряд распределения:

$\xi = x_i$	-1	1	2	4	7
$P(\xi = x_i)$	0,45	0,1	0,05	c	0,25

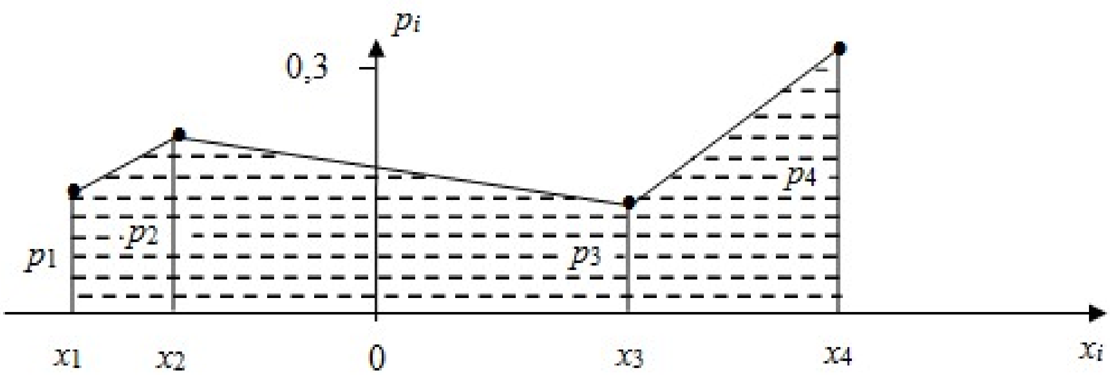
где $c = const$. Найти c .

Варианты ответов:

1) $c = 0{,}1$.
2) $c = 0{,}05$.
3) $c = 0{,}25$.
4) $c = 0{,}35$.
5) $c = 0{,}15$.

Вопрос 11

Что изображено на следующем рисунке? Укажите все верные утверждения.

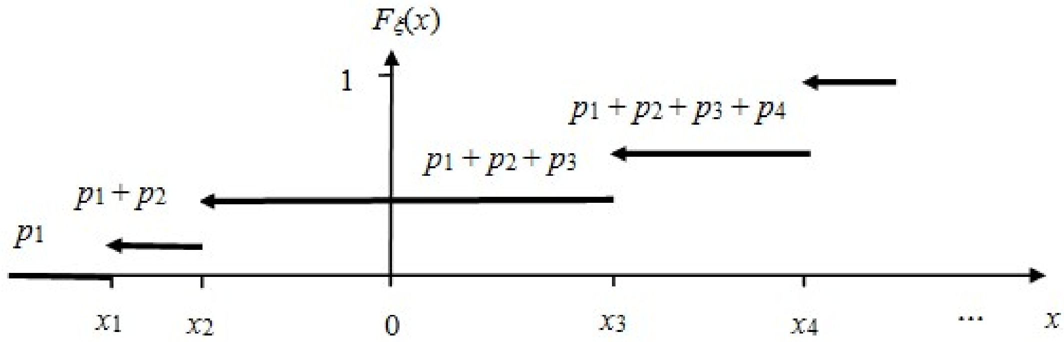


Варианты ответов:

1) Многоугольник распределения некоторой дискретной случайной величины.
2) Интегральная функция распределения произвольной случайной величины.
3) Полигон распределения некоторой дискретной случайной величины.
4) Интегральная функция распределения дискретной случайной величины.
5) Ряд распределения дискретной случайной величины.

Вопрос 12

Что изображено на следующем рисунке?



?

Варианты ответов:

1) Многоугольник распределения некоторой дискретной случайной величины.
2) Интегральная функция распределения произвольной случайной величины.
3) Полигон распределения некоторой дискретной случайной величины.
4) Интегральная функция распределения дискретной случайной величины.
5) Ряд распределения дискретной случайной величины.

Вопрос 13

Что изображено на следующем рисунке?

$\xi(\omega)$	x_1	x_2	…	x_m
$\mathbf{P}(\bullet)$	p_1	p_2	…	p_m

Варианты ответов:

1) Многоугольник распределения некоторой дискретной случайной величины.
2) Ряд распределения дискретной случайной величины со счетным множеством значений.
3) Полигон распределения некоторой дискретной случайной величины.
4) Ряд распределения дискретной случайной величины с конечным множеством значений.
5) Интегральная функция распределения дискретной случайной величины.

2.2. Одномерные непрерывные случайные величины, их законы распределения

Вопрос 1

Закончите следующее утверждение.

Вероятность $P(\{\omega : \xi(\omega) = x\})$ того, что непрерывная случайная величина $\xi(\omega)$ примет какое-либо конкретное значение x

Варианты ответов:

1) не равна нулю.
2) $P(\{\omega : \xi(\omega) = x\}) = F_\xi(x+0) - F_\xi(x) > 0$, где $F_\xi(x)$ - интегральная функция распределения с.в. $\xi(\omega)$.
3) $P(\{\omega : \xi(\omega) = x\}) = f_\xi(x+0) - f_\xi(x)$, где $f_\xi(x)$ - плотность распределения с.в. $\xi(\omega)$.
4) $P(\{\omega : \xi(\omega) = x\}) = F_\xi(x+0) - F_\xi(x) = 0$, где $F_\xi(x)$ - интегральная функция распределения с.в. $\xi(\omega)$.
5) всегда больше нуля.

Вопрос 2

Пусть ξ является непрерывной случайной величиной, с плотностью распределения вероятностей $f_\xi(x)$. Выберите верные утверждения:

Варианты ответов:

1) Случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывную интегральную функцию распределения $F_\xi(x) = \frac{d}{dx}\int\limits_{-\infty}^{x} f_\xi(u)du$.
2) Интегральная функция распределения с.в. ξ $F_\xi(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} f_\xi(u)du$
3) Функция $f_\xi(x)$ неотрицательная.
4) Имеет место равенство $F_\xi(x) = \sum\limits_{i:x_i<x} P(\xi = x_i)$.

Вопрос 3

Пусть ξ является непрерывной случайной величиной, с плотностью распределения вероятностей $f_\xi(x)$. Выберите верное утверждение:

Варианты ответов:

1) Имеет место равенство $\mathrm{P}(\{\omega : a < \xi(\omega) \le b\}) < \int\limits_a^b f_\xi(u)du$.

2) Имеет место равенство $\mathrm{P}(\{\omega : a < \xi(\omega) \le b\}) = \int\limits_b^a f_\xi(u)du$.

3) Имеет место равенство $\mathrm{P}(\{\omega : a < \xi(\omega) \le b\}) = \int\limits_a^b f_\xi(u)du$.

4) Имеет место равенство $\mathrm{P}(\{\omega : a < \xi(\omega) \le b\}) = 1 - \int\limits_a^b f_\xi(u)du$.

Вопрос 4

Укажите верные утверждения относительно интегральной функции распределения $F_\xi(x)$ непрерывной случайной величины ξ:

Варианты ответов:

1) $F_\xi(x)$ является неубывающей функцией.

2) $F_\xi(x_1) < F_\xi(x_2)$, если $x_1 > x_2$.

3) $F_\xi(x_1) \ge F_\xi(x_2)$, если $x_1 < x_2$.

4) $F_\xi(x_1) \le F_\xi(x_2)$, если $x_1 < x_2$.

5) $F_\xi(x)$ является невозрастающей функцией.

Вопрос 5

Укажите верные утверждения относительно интегральной функции распределения $F_\xi(x)$ непрерывной случайной величины ξ:

Варианты ответов:

1) $\mathrm{P}(\{a \le \xi < b\}) = F_\xi(b) - F_\xi(a)$.

2) $\mathrm{P}(\{a \le \xi < b\}) = F_\xi(a) - F_\xi(b)$.

3) $\mathrm{P}(\{a \le \xi < b\}) = F_{\xi}(b-a)$.

4) $\mathrm{P}(\{a < \xi \le b\}) = F_{\xi}(b) - F_{\xi}(a)$.

5) $\mathrm{P}(\{a \le \xi \le b\}) = F_{\xi}(a) - F_{\xi}(b)$.

Вопрос 6

Укажите верные утверждения относительно интегральной функции распределения $F_{\xi}(x)$ непрерывной случайной величины ξ:

Варианты ответов:

1) $F_{\xi}(x)$ удовлетворяет предельному равенству $\lim\limits_{x\to+\infty} F_{\xi}(x) = F_{\xi}(+\infty) = 1$.

2) $F_{\xi}(x)$ удовлетворяет предельному равенству $\lim\limits_{x\to-\infty} F_{\xi}(x) = F_{\xi}(-\infty) = 1$.

3) $F_{\xi}(x)$ удовлетворяет предельному равенству $\lim\limits_{x\to-\infty} F_{\xi}(x) = F_{\xi}(-\infty) = 0$.

4) $F_{\xi}(x)$ удовлетворяет предельному равенству $\lim\limits_{x\to-\infty} F_{\xi}(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} F_{\xi}(x) = 1$.

5) $F_{\xi}(x)$ удовлетворяет предельному равенству $\lim\limits_{x\to+\infty} F_{\xi}(x) = F_{\xi}(+\infty) = 0$.

Вопрос 7

Укажите верные утверждения, касающиеся плотности распределения вероятностей $f_{\xi}(x)$ непрерывной случайной величины ξ:

Варианты ответов:

1) $f_{\xi}(x) = \dfrac{dF_{\xi}(x)}{dx}$.

2) $F_{\xi}(x) = \dfrac{df_{\xi}(x)}{dx}$.

3) $f_{\xi}(x) = \dfrac{d^2 F_{\xi}(x)}{(dx)^2}$.

4) $F_{\xi}(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} f_{\xi}(u)du$.

5) $F_{\xi}(x)=\int_{0}^{x} f_{\xi}(u)du$.

Вопрос 8

Закончите формулировку утверждения.

Случайная величина ξ называется непрерывной, если

Варианты ответов:

1) если множество ее значений X несчетно и существует такая функция $f_{\xi}(x)\geq 0$ с областью определения R, что для любого действительного числа x имеет место равенство $F_{\xi}(x)=\int_{-\infty}^{x} f_{\xi}(u)du$.
2) если множество ее значений X несчетно и существует функция $f_{\xi}(x)$ с областью определения R, что для любого числа x имеет место равенство $F_{\xi}(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f_{\xi}(x)dx$.
3) множество ее возможных значений X счётно и существует интегральная функция распределения $F_{\xi}(x)=\mathrm{P}(\{\omega:\xi(\omega)<x\}), x\in X$.

Вопрос 9

Укажите верные утверждения, касающиеся плотности распределения вероятностей $f_{\xi}(x)$ непрерывной случайной величины ξ:

Варианты ответов:

1) $f_{\xi}(x)\geq 0$.
2) $\int_{-\infty}^{+\infty} f_{\xi}(x)dx=1$.
3) $\int_{0}^{+\infty} f_{\xi}(x)dx=1$.
4) $0\leq f_{\xi}(x)\leq 1$.

5) $\int\limits_{-\infty}^{0} f_{\xi}(x)dx = 0$.

Вопрос 10

Плотность распределения непрерывной случайной величины ξ имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} x, & x \in (1,a); \\ 0, & x \notin (1,a). \end{cases}$$

Найти значение константы a.

Варианты ответов:

1) $a = 5$.
2) $a = \sqrt{3}$.
3) $a = 2$.
4) $a = -1$.
5) $a = 1{,}5$.

Вопрос 11

Плотность распределения непрерывной случайной величины ξ имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x, & x \in (1,3); \\ 0, & x \notin (1,3). \end{cases}$$

Вычислить вероятность $\mathrm{P}(2 \le \xi \le 3)$.

Варианты ответов:

1) $P(2 \le \xi \le 3) = 0{,}225$.
2) $P(2 \le \xi \le 3) = 0{,}725$.
3) $P(2 \le \xi \le 3) = 0{,}825$.
4) $P(2 \le \xi \le 3) = 0{,}425$.
5) $P(2 \le \xi \le 3) = 0{,}625$.

Вопрос 12

Плотность распределения непрерывной случайной величины ξ имеет вид:

$$f_\xi(x)=\begin{cases} A\sin x, & x\in[0,\dfrac{\pi}{2}];\\ 0, & x\notin[0,\dfrac{\pi}{2}]. \end{cases}$$

Найти константу A.

Варианты ответов:

1) $A = 4.$
2) $A = 3.$
3) $A = 1.$
4) $A = 0{,}5.$
5) $A = 10.$

Вопрос 13

Плотность распределения непрерывной случайной величины ξ имеет вид:

$$f_\xi(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2}\cos x, & x\in[0,\pi];\\ 0, & x\notin[0,\pi]. \end{cases}$$

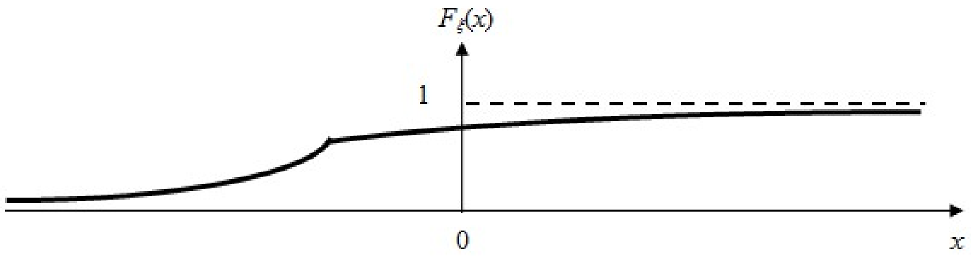
Вычислить вероятность $\mathrm{P}(\dfrac{\pi}{4}<\xi\le\dfrac{\pi}{2})$.

Варианты ответов:

1) $P\left(\frac{\pi}{4}<\xi\le\frac{\pi}{2}\right)=(2-\sqrt{2})/4.$
2) $P\left(\frac{\pi}{4}<\xi\le\frac{\pi}{2}\right)=(2+\sqrt{2})/4.$
3) $P\left(\frac{\pi}{4}<\xi\le\frac{\pi}{2}\right)=(1-\sqrt{2})/4.$
4) $P\left(\frac{\pi}{4}<\xi\le\frac{\pi}{2}\right)=(2-\sqrt{2})/2.$
5) $P\left(\frac{\pi}{4}<\xi\le\frac{\pi}{2}\right)=(1+\sqrt{2})/4.$

Вопрос 14

Что изображено на следующем рисунке?



Варианты ответов:

1) Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины.
2) Интегральная функция распределения сингулярной случайной величины.
3) Полигон распределения некоторой дискретной случайной величины.
4) Интегральная функция распределения дискретной случайной величины.
5) Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины.

2.3. Числовые характеристики одномерных случайных величин

Вопрос 1

Выберите верные утверждения:

Варианты ответов:

1) Числовые характеристики случайной величины отражают наиболее важные особенности её законов распределения.
2) Числовые характеристики случайной величины отражают особенности только ее интегральной функции распределения.
3) Числовые характеристики случайной величины всегда представляют собой некоторые константы.
4) Числовые характеристики случайной величины могут представлять собой некоторые константы либо линейные функции.
5) Есть случайные величины не имеющие никаких числовых характеристик.

Вопрос 2

К числовым характеристикам случайной величины относятся:

Варианты ответов:

1) математическое ожидание.
2) среднее арифметическое.
3) серединное значение.
4) мода.

5) квантиль.
6) частота.

Вопрос 3

К числовым характеристикам случайной величины относятся:

Варианты ответов:

1) среднее квадратическое отклонение.
2) серединное квадратное отклонение.
3) стандартизирующее отклонение.
4) центральный момент.
5) центрированный момент.
6) центровой момент.

Вопрос 4

К числовым характеристикам случайной величины относятся:

Варианты ответов:

1) начальный момент.
2) конечный момент.
3) главный момент.
4) медиана.
5) биссектриса.
6) диагональ.

Вопрос 5

Вычислить математическое ожидание $\mathrm{M}\xi$ числа ξ появлений «одноглазковой» грани игральной кости при одном бросании.

Варианты ответов:

1) $\mathrm{M}\xi = \frac{1}{2}$.
2) $\mathrm{M}\xi = \frac{1}{6}$.
3) $\mathrm{M}\xi = 1$.
4) $\mathrm{M}\xi = 6$.
5) $\mathrm{M}\xi = \frac{1}{5}$.
6) $\mathrm{M}\xi = 0$.

Вопрос 6

Вычислить дисперсию $\mathrm{D}\xi$ числа ξ появлений «одноглазковой» грани игральной кости при одном бросании.

Варианты ответов:

1) $D\xi = \frac{5}{6}$.
2) $\mathrm{D}\xi = \frac{1}{6}$.
3) $\mathrm{D}\xi = \frac{5}{36}$.
4) $\mathrm{D}\xi = 6$.
5) $\mathrm{D}\xi = \frac{1}{36}$.
6) $\mathrm{D}\xi = -1$.

Вопрос 7

Вычислить математическое ожидание $\mathrm{M}\eta$, где $\eta = 3\xi + 4$, если известно, что $\mathrm{M}\xi = 1$.

Варианты ответов:

1) $\mathrm{M}\eta = 1$.
2) $\mathrm{M}\eta = 5$.
3) $\mathrm{M}\eta = 4$.
4) $\mathrm{M}\eta = -4$.
5) $\mathrm{M}\eta = 7$.
6) $\mathrm{M}\eta = 0$.

Вопрос 8

Вычислить дисперсию $\mathrm{D}\eta$, где $\eta = 3\xi + 4$, если известно, что $\mathrm{D}\xi = 2$.

Варианты ответов:

1) $\mathrm{D}\eta = 18$.
2) $\mathrm{D}\eta = 3$.
3) $\mathrm{D}\eta = 9$.
4) $\mathrm{D}\eta = 22$.
5) $\mathrm{D}\eta = 7$.
6) $\mathrm{D}\eta = 10$.

Вопрос 9

Выберите ошибочные утверждения:

Варианты ответов:

1) Математическое ожидание $\mathrm{M}(\xi)$ - это числовая характеристика положения случайной величины ξ.
2) Математическое ожидание $\mathrm{M}\xi$ может служить ориентировочной оценкой положения значений случайной величины ξ на действительной оси.
3) Математическое ожидание $\mathrm{M}\xi$ определяет некоторую точку, относительно которой происходит рассеивание случайной величины ξ и величину этого рассеивания.
4) Математическое ожидание $\mathrm{M}\xi$ определяет некоторую точку, относительно которой происходит рассеивание случайной величины ξ, но ничего не говорит о величине этого рассеивания.
5) Математическое ожидание $\mathrm{M}\xi$ определяет среднюю величину рассеивания случайной величины ξ.

Вопрос 10

Пусть ξ - дискретная случайная величина с конечным множеством значений $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$, тогда математическое ожидание $\mathrm{M}(\xi)$ случайной величины ξ вычисляется по формуле:

Варианты ответов:

1) $\mathrm{M}(\xi) = \sum\limits_{k=1}^{n} x_k p_k$, где $p_k = \mathrm{P}(\xi = x_k)$.
2) $\mathrm{M}(\xi) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} x_k p_k$, где $p_k = \mathrm{P}(\xi < x_k)$.
3) $\mathrm{M}(\xi) = \frac{1}{n} \sum\limits_{k=1}^{n} x_k$.
4) $\mathrm{M}(\xi) = \frac{1}{n} \sum\limits_{k=1}^{n} x_k p_k$, где $p_k = \mathrm{P}(\xi = x_k)$.
5) $\mathrm{M}(\xi) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} x_k p_k$, где $p_k = \mathrm{P}(x_{k-1} < \xi < x_k)$.

Вопрос 11

Пусть ξ - непрерывная случайная величина с плотность распределения вероятностей $f_\xi(x)$, тогда математическое ожидание $\mathrm{M}(\xi)$ случайной величины ξ вычисляется по формуле:

Варианты ответов:

1) $\mathrm{M}(\xi) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x f_\xi(x)dx$, где $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} |x| f_\xi(x)dx < +\infty$.

2) $\mathrm{M}(\xi) = \int\limits_{0}^{+\infty} |x| f_\xi(x)dx$, где $\int\limits_{0}^{+\infty} |x| f_\xi(x)dx < +\infty$.

3) $\mathrm{M}(\xi) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x} f_\xi(x)dx$.

4) $\mathrm{M}(\xi) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_\xi(x)dx$.

5) $\mathrm{M}(\xi) = \frac{1}{n}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} x f_\xi(x)dx$.

Вопрос 12

Укажите свойства математического ожидания $\mathrm{M}\xi$ одномерной случайной величины ξ:

Варианты ответов:

1) Если $\xi = c = const$, то $\mathrm{M}c = c$.
2) Если $\xi = c = const$, то $\mathrm{M}c = 0$.
3) Если $\mathrm{M}\xi$ существует, то $\mathrm{M}(c\xi) = c\mathrm{M}\xi,\ \ c = const$.
4) Если $\mathrm{M}\xi$ существует, то $\mathrm{M}(c\xi) = c^2\mathrm{M}\xi,\ \ c = const$.
5) Если существуют $\mathrm{M}\xi_1$ и $\mathrm{M}\xi_2$ для случайных величин ξ_1 и ξ_2, то $\mathrm{M}(\xi_1 + \xi_2) = \mathrm{M}\xi_1 + \mathrm{M}\xi_2$.
6) Если существуют $\mathrm{M}\xi_1$ и $\mathrm{M}\xi_2$ для случайных величин ξ_1 и ξ_2, то $\mathrm{M}(\xi_1 + \xi_2) = \mathrm{M}\xi_1 + \mathrm{M}\xi_2 + 2\mathrm{M}\xi_1\mathrm{M}\xi_2$.

Вопрос 13

Укажите верные утверждения относительно дисперсии $\mathrm{D}(\xi)$ одномерной случайной величины ξ.

Варианты ответов:

1) Дисперсия случайной величины ξ характеризует степень разброса возможных значений случайной величины около ее математического ожидания.
2) Дисперсия случайной величины ξ характеризует степень разброса возможных значений случайной величины около нуля.
3) Дисперсия вычисляется как $\mathrm{M}(\xi-\mathrm{M}\xi)^2$.
4) Дисперсия вычисляется как $\mathrm{M}(\xi-\mathrm{M}\xi)$.
5) Дисперсия вычисляется как $\mathrm{D}\xi=\mathrm{M}(\xi^2)-(\mathrm{M}\xi)^2$.
6) Дисперсия вычисляется как $\mathrm{D}\xi=(\mathrm{M}\xi)^2-\mathrm{M}(\xi^2)$.

Вопрос 14

Пусть ξ - дискретная случайная величина со счетным множеством значений $X=\{x_1,x_2,...\}$. Тогда дисперсия с .в. ξ вычисляется по формуле:

Варианты ответов:

1) $\mathrm{D}\xi=\sum\limits_{k=1}^{\infty}\left(x_k-\mathrm{M}\xi\right)^2 p_k$, $p_k=\mathrm{P}(\xi=x_k)$.
2) $\mathrm{D}\xi=\sum\limits_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}\left(x_k-\mathrm{M}\xi\right)$, если ряд сходится абсолютно.
3) $\mathrm{D}\xi=\sum\limits_{k=1}^{\infty}\left(x_k-\mathrm{M}\xi\right)p_k$, $p_k=\mathrm{P}(\xi=x_k)$.
4) $\mathrm{D}\xi=\sum\limits_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2}\left(x_k-\mathrm{M}\xi\right)^2$, если ряд сходится абсолютно.
5) $\mathrm{D}\xi=\sum\limits_{k=1}^{\infty}\left(x_k-\mathrm{M}\xi\right)^2 F_{\xi}(x_k)$, $F_{\xi}(x_k)=\mathrm{P}(\xi<x_k)$.

Вопрос 15

Пусть ξ - непрерывная случайная величина с плотностью распределения вероятностей $f_\xi(x)$. Тогда дисперсия с .в. ξ вычисляется по формуле:

Варианты ответов:

1) $\mathrm{D}\xi = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left(x - \mathrm{M}\xi\right)^2 f_\xi(x)dx$.

2) $\mathrm{D}\xi = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left(x - \mathrm{M}\xi\right)^2 \frac{1}{f_\xi(x)}dx$.

3) $\mathrm{D}\xi = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left(x - \mathrm{M}\xi\right)\left(f_\xi(x)\right)^2 dx$.

4) $\mathrm{D}\xi = \int\limits_{0}^{+\infty} \left(x - \mathrm{M}\xi\right) f_\xi(x)dx$.

5) $\mathrm{D}\xi = \int\limits_{0}^{+\infty} \left|x - \mathrm{M}\xi\right| f_\xi(x)dx$.

6) $\mathrm{D}\xi = \int\limits_{0}^{+\infty} \left|x - \mathrm{M}\xi\right| \frac{1}{f_\xi(x)}dx$.

Вопрос 16

Выберите верные утверждения относительно центральных моментов порядков 0, 1, и 2 случайной величины ξ:

1) $\beta_0(\xi) = 1$.

2) $\beta_0(\xi) = 0$.

3) $\beta_1(\xi) = 0$.

4) $\beta_1(\xi) = 1$.

5) $\beta_2(\xi) = \mathrm{D}\xi$.

6) $\beta_2(\xi) = \mathrm{M}\xi$.

Вопрос 17

Укажите свойства дисперсии $\mathrm{D}\xi$ одномерной случайной величины ξ:

Варианты ответов:

1) Если $\xi = c = const$, то $\mathrm{D}c = 0$.
2) Если $\xi = c = const$, то $\mathrm{D}c = c$.
3) $\mathrm{D}(c\xi) = c^2\mathrm{D}(\xi),\ \ c = const$.
4) $\mathrm{D}(c\xi) = c\mathrm{D}(\xi),\ \ c = const$.
5) Дисперсия неотрицательна $\mathrm{D}\xi \ge 0$.
6) Дисперсия положительна $\mathrm{D}\xi > 0$.

Вопрос 18

Укажите верные утверждения относительно начальных моментов k-го порядка случайной величины ξ:

Варианты ответов:

1) $\alpha_2\xi = \mathrm{M}(\xi^2)$.
2) $\alpha_2(\xi) = \mathrm{M}\left(\xi - \mathrm{M}\xi\right)^2$.
3) $\alpha_0\left(\xi\right) = 0$.
4) $\alpha_0\left(\xi\right) = 1$.
5) $\alpha_1\left(\xi\right) = \mathrm{M}(\xi)$.
6) $\alpha_1\left(\xi\right) = \mathrm{D}(\xi)$.

2.4. Функциональные зависимости от одномерных случайных величин

Вопрос 1

Пусть на $(\Omega, \mathfrak{F}, P(\cdot))$заданы дискретная случайная величина $\xi(\omega)$ со счетным множеством значений $X = \{x_1, x_2, ...\}$ и случайная величина $\eta(\omega) = g(\xi(\omega))$, где $g(x): R \to R$ - однозначное отображение, $\eta(\omega) \in Y = \{y_1, y_2, ...\}$. Выберите формулы, по которым могут быть найдены законы распределения вероятностей с. в. $\eta(\omega)$.

Варианты ответов:

1) $q_j = \mathrm{P}(\{\omega : \eta(\omega) = y_j\}) = \sum\limits_{i: g(x_i) = y_j} \mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) = x_i\})$, где $j = 1, 2, \ldots$

2) $q_j = \mathrm{P}(\{\omega : \eta(\omega) = y_j\}) = \sum\limits_{j: g(y_i) = x_j} \mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) = y_i\})$, где $j = 1, 2, \ldots$

3) $F_\eta(y) = \mathrm{P}(\{\omega : \eta(\omega) < y\}) = \sum\limits_{j: y_j < y} \sum\limits_{i: g(x_i) = y_j} \mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) = x_i\})$.

4) $F_\eta(y) = \mathrm{P}(\{\omega : \eta(\omega) < y\}) = \sum\limits_{i: x_i < y} \mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) = x_i\})$.

Вопрос 2

Пусть на $(\Omega, \mathfrak{F}, P(\cdot))$ определена непрерывная случайная величина $\xi(\omega)$ с функцией распределения $F_\xi(x) = \mathrm{P}(\{\omega : \xi(\omega) < x\})$ и плотностью распределения $f_\xi(x) = \dfrac{dF_\xi(x)}{dx}$. Также задана случайная величина $\eta(\omega) = g(\xi(\omega))$, где функция $g(x)$ строго монотонна на всей области определения и имеет первую производную.

Выберите формулы для законов распределения вероятностей с. в. $\eta(\omega)$.

Варианты ответов:

1) $f_\eta(y) = f_\xi(\varphi(y))|\varphi'(y)|$, где $x = \varphi(y)$ - функция, обратная к $y = g(x)$.

2) $f_\eta(y) = \sum\limits_{i=1}^{k} f_\xi(\varphi_i(y))|\varphi_i'(y)|$, где $x = \varphi_i(y)$ - одна из возможных функций, обратных к $y = g(x)$.

3) $F_\eta(y) = \mathrm{P}(\{\omega : \eta(\omega) < y\}) = \int\limits_{-\infty}^{y} f_\xi(\varphi(y))|\varphi'(y)|dy$, где $x = \varphi(y)$ - функция, обратная к $y = g(x)$.

4) $F_\eta(y) = \mathrm{P}(\{\omega : \eta(\omega) < y\}) = \int\limits_{0}^{y} f_\eta(y)dy$ - где $f_\eta(y)$ плотность распределения вероятности с. в. $\eta(\omega)$.

Вопрос 3

Пусть ξ_1 и ξ_2 являются некоррелированными случайными величинами и $\mathrm{M}\xi_1 = \mathrm{M}\xi_2 = \mathrm{D}\xi_1 = \mathrm{D}\xi_2 = 1$. Вычислить $\mathrm{M}\eta$, если $\eta = (\xi_1)^2 - 2\xi_1\xi_2$.

Варианты ответов:

1) $\mathrm{M}\eta = 1.$
2) $\mathrm{M}\eta = 5.$
3) $\mathrm{M}\eta = 4.$
4) $\mathrm{M}\eta = -4.$
5) $\mathrm{M}\eta = 7.$
6) $\mathrm{M}\eta = 0.$

Вопрос 4

Пусть ξ_1 и ξ_2 являются некоррелированными случайными величинами и $\mathrm{M}\xi_1 = \mathrm{M}\xi_2 = \mathrm{D}\xi_1 = \mathrm{D}\xi_2 = 1$. Вычислить $\mathrm{M}\eta$, если $\eta = (\xi_2)^2 - \xi_1\xi_2 - 1$.

Варианты ответов:

1) $\mathrm{M}\eta = 1.$
2) $\mathrm{M}\eta = 5.$
3) $\mathrm{M}\eta = 0.$
4) $\mathrm{M}\eta = -4.$
5) $\mathrm{M}\eta = 7.$
6) $\mathrm{M}\eta = -1.$

Вопрос 5

Пусть ξ_1 и ξ_2 являются некоррелированными случайными величинами и $\mathrm{M}\xi_1 = \mathrm{M}\xi_2 = \mathrm{D}\xi_1 = \mathrm{D}\xi_2 = 1$. Вычислить $\mathrm{M}\eta$, если $\eta = (\xi_1)^2 + 3(\xi_2)^2 - 6\xi_1\xi_2 - 2$.

Варианты ответов:

1) $\mathrm{M}\eta = 1.$
2) $\mathrm{M}\eta = 8.$
3) $\mathrm{M}\eta = 3.$
4) $\mathrm{M}\eta = 0.$
5) $\mathrm{M}\eta = -6.$
6) $\mathrm{M}\eta = -2.$

Вопрос 6

Пусть заданы случайная величина $\xi(\omega):\Omega \to R$ и однозначная функция $y = g(x): R \to R$.

Выберите верное утверждение.

Варианты ответов:

1) Объект вида $\eta(\omega) = g(\xi(\omega))$ является случайной величиной.
2) Объект вида $\eta(\omega) = g(\xi(\omega))$ является случайной величиной, если $y = g(x)$ - измеримая функция.
3) Объект вида $\eta(\omega) = 3g(\xi(\omega)) + \xi(\omega)$ является случайной величиной.
4) Объект вида $\eta(\omega) = g(\xi(\omega)) - \xi(\omega)$ является случайной величиной.

Вопрос 7

Пусть на $(\Omega, \mathfrak{F}, P(\cdot))$ определены случайные величины ξ_1, ξ_2 и задано однозначное отображение $g(x_1, x_2): R^2 \to R$.

Выберите верные утверждения.

Варианты ответов:

1) Объект вида $\eta(\omega) = \psi(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega)) + \xi_1(\omega) + \xi_2(\omega)$ является случайной величиной.
2) Объект вида $\eta(\omega) = \psi(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ есть случайная величина, если функция $g(x_1, x_2)$ является измеримой.
3) Объект вида $\eta(\omega) = \psi(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega)) + \xi_1(\omega) \cdot \xi_2(\omega)$ является случайной величиной.
4) Объект вида $\eta(\omega) = \psi(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ есть случайная величина, если $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ является дискретным случайным вектором.

Вопрос 8

Предположим, что $\xi(\omega)$ является непрерывной случайной величиной с плотностью распределения $f_\xi(x)$. Пусть функция $g(x): R \to R$ строго возрастает, имеет первую производную и $\eta(\omega) = g(\xi(\omega))$.

Выберите верное утверждение.

Варианты ответов:

1) Имеет место равенство $F_\eta(y) = \mathrm{P}(\{\omega : \eta(\omega) < y\}) = \int\limits_{-\infty}^{\varphi(y)} u \cdot f_\xi(u)du$, где $x = \varphi(y)$ является обратной функцией для $y = g(x)$.
2) Имеет место равенство $F_\eta(y) = \mathrm{P}(\{\omega : \eta(\omega) < y\}) = \int\limits_{-\infty}^{y} f_\xi(u)du$.
3) Имеет место равенство $F_\eta(y) = \mathrm{P}(\{\omega : \eta(\omega) < y\}) = \int\limits_{0}^{\varphi(y)} f_\xi(u)du$, где $x = \varphi(y)$ является обратной функцией для $y = g(x)$.
4) Имеет место равенство $F_\eta(y) = \mathrm{P}(\{\omega : \eta(\omega) < y\}) = \int\limits_{-\infty}^{\varphi(y)} f_\xi(u)du$, где $x = \varphi(y)$ является обратной функцией для $y = g(x)$.

Вопрос 9

Предположим, что $\xi(\omega)$ является непрерывной случайной величиной с плотностью распределения $f_\xi(x)$. Пусть функция $g(x): R \to R$ строго возрастает, имеет первую производную и $\eta(\omega) = g(\xi(\omega))$.

Выберите верное утверждение.

Варианты ответов:

1) Справедливо соотношение $f_\eta(y) = \dfrac{dF_\eta(y)}{dy} = -f_\xi(\varphi(y))\varphi'(y)$, где $x = \varphi(y)$ является обратной функцией для $y = g(x)$.
2) Справедливо соотношение $f_\eta(y) = \dfrac{dF_\eta(y)}{dy} = y \cdot f_\xi(\varphi(y))\varphi'(y)$, где $x = \varphi(y)$ является обратной функцией для $y = g(x)$.
3) Справедливо соотношение $f_\eta(y) = \dfrac{dF_\eta(y)}{dy} = f_\xi(\varphi(y))\varphi'(y)$, где $x = \varphi(y)$ является обратной функцией для $y = g(x)$.
4) Справедливо соотношение $f_\eta(y) = \dfrac{dF_\eta(y)}{dy} = f_\xi(\varphi(y))$, где $x = \varphi(y)$ является обратной функцией для $y = g(x)$.

Вопрос 10

Предположим, что $\xi(\omega)$ является непрерывной случайной величиной с плотностью распределения $f_\xi(x)$. Пусть функция $g(x): R \to R$ строго убывает, имеет первую производную и $\eta(\omega) = g(\xi(\omega))$.

Выберите верное утверждение.

Варианты ответов:

1) Имеет место равенство $F_\eta(y) = \mathrm{P}(\{\omega : \eta(\omega) < y\}) = \int\limits_{-\infty}^{\varphi(y)} f_\xi(u)du$, где $x = \varphi(y)$ является обратной функцией для $y = g(x)$.
2) Имеет место равенство $F_\eta(y) = \mathrm{P}(\{\omega : \eta(\omega) < y\}) = 1 - \int\limits_{-\infty}^{\varphi(y)} f_\xi(u)du$, где $x = \varphi(y)$ является обратной функцией для $y = g(x)$.
3) Имеет место равенство $F_\eta(y) = \mathrm{P}(\{\omega : \eta(\omega) < y\}) = 1 - \int\limits_{0}^{\varphi(y)} f_\xi(u)du$, где $x = \varphi(y)$ является обратной функцией для $y = g(x)$.
4) Имеет место равенство $F_\eta(y) = \mathrm{P}(\{\omega : \eta(\omega) < y\}) = 1 - \int\limits_{-\infty}^{y} f_\xi(u)du$.

Вопрос 11

Предположим, что $\xi(\omega)$ является непрерывной случайной величиной с плотностью распределения $f_\xi(x)$. Пусть функция $g(x): R \to R$ строго убывает, имеет первую производную и $\eta(\omega) = g(\xi(\omega))$.

Выберите верные утверждения.

Варианты ответов:

1) Справедливо соотношение $f_\eta(y) = \dfrac{dF_\eta(y)}{dy} = -f_\xi(\varphi(y))\varphi'(y)$, где $x = \varphi(y)$ является обратной функцией для $y = g(x)$.
2) Справедливо соотношение $f_\eta(y) = \dfrac{dF_\eta(y)}{dy} = f_\xi(\varphi(y))\varphi'(y)$, где $x = \varphi(y)$ является обратной функцией для $y = g(x)$.

3) Справедливо соотношение $f_\eta(y)=\dfrac{dF_\eta(y)}{dy}=f_\xi(\varphi(y))\left|\varphi'(y)\right|$, где $x=\varphi(y)$ является обратной функцией для $y=g(x)$.

4) Справедливо соотношение $f_\eta(y)=\dfrac{dF_\eta(y)}{dy}=-yf_\xi(\varphi(y))\varphi'(y)$, где $x=\varphi(y)$ является обратной функцией для $y=g(x)$.

2.5. Наиболее распространенные дискретные случайные величины

Вопрос 1

Дискретная случайная величина ξ называется биномиальной, и ее ряд распределения имеет следующий вид:

Варианты ответов:

1) $\mathrm{P}(\xi=m)=C_n^m p^m q^{n-m},\ \ m=0,1,...,n,\ \ q=1-p$.

2) $\mathrm{P}(\xi=m)=C_n^m p^m q,\ \ m=0,1,...,n,\ \ q=1-p$.

3) $\mathrm{P}(\xi=m)=\dfrac{\lambda^m}{m!}e^{-\lambda},\ \ m=0,1,...,n,\ \ \lambda>0$.

4) $\mathrm{P}(\xi=m)=\dfrac{\lambda^{m-1}}{m!}e^{-m},\ \ m=1,2,...,n,\ \ \lambda>0$.

5) $\mathrm{P}(\xi=k)=q^{k-1}p,\ \ k=1,2,...,\ \ q=1-p$.

6) $\mathrm{P}(\xi=k)=qp^{k-1},\ \ k=1,2,...,\ \ q=1-p$.

Вопрос 2

Дискретная случайная величина ξ распределена по закону Пуассона, если для нее выполняется соотношение:

Варианты ответов:

1) $\mathrm{P}(\xi=m)=C_n^m p^m q^{n-m},\ \ m=0,1,...,n,\ \ q=1-p$.

2) $\mathrm{P}(\xi=m)=C_n^{m-1} p^m q,\ \ m=1,2,...,n,\ \ q=1-p$.

3) $\mathrm{P}(\xi = m) = \dfrac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}, \;\; m = 0,1,\ldots,n, \;\; \lambda > 0$.

4) $\mathrm{P}(\xi = m) = \dfrac{\lambda^{m-1}}{m!} e^{-m}, \;\; m = 1,2,\ldots,n, \;\; \lambda > 0$.

5) $\mathrm{P}(\xi = k) = q^{k-1} p, \;\; k = 1,2,\ldots, \;\; q = 1 - p$.

6) $\mathrm{P}(\xi = k) = qp^k, \;\; k = 0,1,\ldots, \;\; q = 1 - p$.

Вопрос 3

Дискретная случайная величина ξ имеет геометрическое распределение и для нее выполняется:

Варианты ответов:

1) $\mathrm{P}(\xi = m) = C_n^m p^m q^{n-m}, \;\; m = 0,1,\ldots,n, \;\; q = 1 - p$.

2) $\mathrm{P}(\xi = m) = C_n^{m-1} p^m q, \;\; m = 1,2,\ldots,n, \;\; q = 1 - p$.

3) $\mathrm{P}(\xi = m) = \dfrac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}, \;\; m = 0,1,\ldots,n, \;\; \lambda > 0$.

4) $\mathrm{P}(\xi = m) = \dfrac{\lambda^{m-1}}{m!} e^{-m}, \;\; m = 1,2,\ldots,n, \;\; \lambda > 0$.

5) $\mathrm{P}(\xi = k) = q^{k-1} p, \;\; k = 1,2,\ldots, \;\; q = 1 - p$.

6) $\mathrm{P}(\xi = k) = qp^k, \;\; k = 0,1,\ldots, \;\; q = 1 - p$.

Вопрос 4

Выберите примеры биномиальной случайной величины.

Варианты ответов:

1) Число выпадения гербов при восьми последовательных бросках монеты .
2) Количество вынутых картинок при десятикратном извлечении карты из игральной колоды при условии, что вынутая карта каждый раз возвращается в колоду, и карты тщательно перемешиваются.
3) Число бросков симметричной монеты до первого выпадения герба.
4) Количество циклов работы радиолокатора без корректировки до первого обнаружения объекта.

5) Число частиц, испускаемых радиоактивным изотопом за единицу времени.
6) Число автомашин, прибывающих к изолированному перекрестку за единицу времени.

Вопрос 5

Выберите примеры случайной величины, распределенной по закону Пуассона.

Варианты ответов:

1) Число выпадения гербов при ста последовательных бросках монеты.
2) Количество выпадений двух очков при многократном бросании игральной кости.
3) Число бросков монеты до выпадения двух гербов.
4) Количество циклов работы радиолокатора без корректировки до первого обнаружения объекта.
5) Число вызовов, поступающих на автоматическую телефонную станцию за единицу времени.
6) Количество электронов, вылетевших с катода электронной лампы за определённый промежуток времени.

Вопрос 6

Выберите примеры случайной величины, имеющей геометрическое распределение.

Варианты ответов:

1) Число выпадений одиннадцати очков при многократном бросании двух игральных костей.
2) Количество вынутых тузов при десятикратном извлечении с возвращением карты из игральной колоды.
3) Число бросков симметричной монеты до первого выпадения герба.
4) Количество произведенных независимых выстрелов до первого попадания в мишень.
5) Число элементов сложного устройства, отказавших в течение заданного отрезка времени.
6) Число автомашин, прибывающих к изолированному перекрестку за пять секунд.

Вопрос 7

Дискретная случайная величина ξ имеет распределение Бернулли, если

Варианты ответов:

1) она принимает два значения 1 и 0 с вероятностями $0 < p < 1$ и $q = 1 - p$ соответственно.
2) она возникает при реализации схемы Бернулли.
3) она соответствует числу появлений события в серии из n независимых испытаний, когда один и тот же опыт повторяется независимым образом n раз. В результате каждого такого опыта может появиться или не появиться некоторое событие A соответственно с вероятностями $0 < p < 1$ и $q = 1 - p$.
4) она соответствует числу повторов опыта, когда один и тот же опыт повторяется независимым образом до первого появления некоторого события A. В результате каждого такого опыта событие A может появиться или не появиться соответственно с вероятностями $0 < p < 1$ и $q = 1 - p$.

Вопрос 8

Имеется набор из n объектов, среди которых k имеют дефект. Из этого набора выбирают m объектов. Тогда для случайной величины ξ,соответствующей количеству бракованных объектов среди выбранных, выполняется:

Варианты ответов:

1) $\mathrm{P}(\xi = s) = \dfrac{C_k^s C_{n-k}^{m-s}}{C_n^m},\ \ 0 \le m \le n,\ \ 0 \le s \le k$.
2) $\mathrm{P}(\xi = s) = \dfrac{C_k^s C_{n-s}^{m}}{C_n^m},\ \ 0 \le m \le n,\ \ 0 \le s \le k$.
3) $\mathrm{P}(\xi = m) = C_n^m p^m q^{n-m},\ \ m = 0,1,...,n,\ p = \dfrac{k}{n},\ q = 1 - p$.
4) $\mathrm{P}(\xi = m) = C_n^{m-k} p^k q^{n-k},\ \ m = 0,1,...,n,\ p = \dfrac{m}{n},\ q = 1 - p$.

Вопрос 9

Выберите правильное утверждение.

Варианты ответов:

1) Если $\xi = \sum_{i=1}^{n} \xi_i$, где $\xi_i, i = \overline{1,n}$ - последовательность из n случайных величин, распределенных по закону Бернулли, с параметром $0 < p < 1$, тогда с. в. ξ имеет биномиальное распределение с параметрами n, p .

2) Если $\xi = \sum_{i=1}^{n} \xi_i$, где $\xi_i, i = \overline{1,n}$ - последовательность из n случайных величин, распределенных по закону Бернулли, с параметром $0 < p < 1$, тогда с. в. ξ имеет распределение Пуассона с параметрами $\lambda = p$.

3) Если $\xi = \sum_{i=1}^{n} \xi_i$, где $\xi_i, i = \overline{1,n}$ - последовательность из n случайных величин, распределенных по закону Бернулли, с параметром $0 < p < 1$, тогда с. в. ξ имеет геометрическое распределение с параметром $\lambda = p$.

4) Если $\xi = \sum_{i=1}^{n} \xi_i$, где $\xi_i, i = \overline{1,n}$ - последовательность из n случайных величин, распределенных по закону Бернулли, с параметром $0 < p < 1$, тогда с. в. ξ может иметь произвольное распределение .

5) Если $\xi_i, i = \overline{1,n}$ - последовательность из n случайных величин, распределенных по закону Бернулли, с параметром $0 < p < 1$, тогда их сумма $\xi = \sum_{i=1}^{n} \xi_i$ не является случайной величиной .

Вопрос 10

Дискретная случайная величина ξ является биномиальной с параметрами $n = 10$, $p = 0,2$. Вычислить математическое ожидание $\mathrm{M}\xi$ и дисперсию $\mathrm{D}\xi$ с.в. ξ.

Варианты ответов:

1) $\mathrm{M}\xi = 1$, $\mathrm{D}\xi = 1,6$.

2) $\mathrm{M}\xi = 2$, $\mathrm{D}\xi = 1,6$.

3) $\mathrm{M}\xi = 2$, $\mathrm{D}\xi = 1$.

4) $\mathrm{M}\xi = 2, \quad \mathrm{D}\xi = 2{,}6.$

5) $\mathrm{M}\xi = 0, \quad \mathrm{D}\xi = 1.$

Вопрос 11

Дискретная случайная величина ξ распределена по закону Пуассона с параметром $\lambda = 1{,}3$. Вычислить математическое ожидание $\mathrm{M}\xi$ и дисперсию $\mathrm{D}\xi$ с.в. ξ.

Варианты ответов:

1) $\mathrm{M}\xi = 1{,}2, \quad \mathrm{D}\xi = 1{,}6.$

2) $\mathrm{M}\xi = 1{,}3, \quad \mathrm{D}\xi = 1.$

3) $\mathrm{M}\xi = 1{,}3, \quad \mathrm{D}\xi = 1{,}6.$

4) $\mathrm{M}\xi = 1{,}3, \quad \mathrm{D}\xi = 1{,}3.$

5) $\mathrm{M}\xi = 1{,}6, \quad \mathrm{D}\xi = 1{,}6.$

Вопрос 12

Дискретная случайная величина ξ имеет распределение Бернулли с параметром $p = 0{,}3$. Вычислить математическое ожидание $\mathrm{M}\xi$ и дисперсию $\mathrm{D}\xi$ с.в. ξ.

Варианты ответов:

1) $\mathrm{M}\xi = 0{,}21, \quad \mathrm{D}\xi = 0{,}3.$

2) $\mathrm{M}\xi = 0{,}3, \quad \mathrm{D}\xi = 1.$

3) $\mathrm{M}\xi = 1{,}3, \quad \mathrm{D}\xi = 1{,}6.$

4) $\mathrm{M}\xi = 0{,}3, \quad \mathrm{D}\xi = 0{,}21.$

5) $\mathrm{M}\xi = 0{,}3, \quad \mathrm{D}\xi = 0{,}3.$

Вопрос 13

Дискретная случайная величина ξ имеет геометрическое распределение с параметром $p = 0{,}2$. Вычислить математическое ожидание $\mathrm{M}\xi$ и дисперсию $\mathrm{D}\xi$ с.в. ξ.

Варианты ответов:

1) $\mathrm{M}\xi = 5, \quad \mathrm{D}\xi = 2.$

2) $\mathrm{M}\xi = 0, \quad \mathrm{D}\xi = 20.$

3) $\mathrm{M}\xi = 5, \quad \mathrm{D}\xi = 5.$

4) $\mathrm{M}\xi = 0{,}3, \quad \mathrm{D}\xi = 20.$

5) $\mathrm{M}\xi = 5, \quad \mathrm{D}\xi = 20.$

Вопрос 14

Дискретная случайная величина ξ имеет гипергеометрическое распределение с параметрами $n=20,\ k=5$ и $m=8$. Вычислить математическое ожидание $\mathrm{M}\xi$ с.в. ξ

Варианты ответов:

1) $\mathrm{M}\xi = 5.$

2) $\mathrm{M}\xi = 10.$

3) $\mathrm{M}\xi = 0{,}5.$

4) $\mathrm{M}\xi = 20.$

5) $\mathrm{M}\xi = 0{,}2.$

2.6. Тестовые непрерывные случайные величины

Вопрос 1

Непрерывная случайная величина ξ подчинена нормальному закону распределения или закону Гаусса, если её плотность имеет вид:

Варианты ответов:

1) $$f_\xi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right\}, -\infty < a < +\infty,\ 0 < \sigma < +\infty.$$

2) $$f_\xi(x) = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma}\exp\left\{-\frac{2\sigma^2}{(x-a)^2}\right\},\ 0 < \sigma < +\infty.$$

3) $$f_\xi(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & x \in (a,b]; \\ 0, & x \notin (a,b]. \end{cases}$$

4) $$f_\xi(x) = \frac{\sigma}{x-a},\ x > a,\ 0 < \sigma < +\infty.$$

5) $f_\xi(x)=\begin{cases}\sigma e^{-(x-a)}, & x\ge 0\\ 0, & x<0.\end{cases}$

6) $f_\xi(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sigma}e^{-\frac{(x-a)^2}{\sigma}}, & x\ge 0\\ 0, & x<0.\end{cases}$

Вопрос 2

Непрерывная случайная величина ξ имеет равномерное распределение на конечном промежутке $(a,b]$, если ее плотность имеет вид:

Варианты ответов:

1) $f_\xi(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & x\in(a,b];\\ 0, & x\notin(a,b].\end{cases}$

2) $f_\xi(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{a-b}, & x\in(a,b];\\ 0, & x\notin(a,b].\end{cases}$

3) $f_\xi(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{b-a}, & x\ge 0;\\ 0, & x<0.\end{cases}$

4) $f_\xi(x)=\begin{cases}(b-a)e^{-\lambda x}, & x\in(a,b];\\ 0, & x\notin(a,b].\end{cases}$

5) $f_\xi(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(b-a)}e^{-\frac{x}{\lambda}}, & x\ge 0;\\ 0, & x<0.\end{cases}$

Вопрос 3

Непрерывная случайная величина ξ имеет показательное или экспоненциальное распределение, если ее плотность удовлетворяет соотношению:

Варианты ответов:

1) $$f_\xi(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\lambda}e^{-\frac{x}{\lambda}}, \; x\ge 0\\ 0, \quad\quad x<0\end{cases}, \; \lambda>0.$$

2) $$f_\xi(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{\lambda}, \quad x\ge 0;\\ 0, \quad x<0\end{cases}, \; \lambda>0.$$

3) $$f_\xi(x)=\begin{cases}(b-a)e^{-\lambda x}, \; x\in(a,b];\\ 0, \quad\quad x\notin(a,b]\end{cases}, \lambda>0.$$

4) $$f_\xi(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{\lambda}e^{-\frac{x}{\lambda}}, \; x\ge 0;\\ 0, \quad\quad x<0\end{cases}, \; \lambda>0.$$

5) $$f_\xi(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, \; x\ge 0\\ 0, \quad\quad x<0\end{cases}, \; \lambda>0.$$

Вопрос 4

Выберите примеры случайной величины, распределенной по закону Гаусса.

Варианты ответов:

1) Ошибки измерений диаметра некоторой детали.
2) Сумма достаточно большого числа независимых слагаемых случайных величин, подчинённых произвольным законам распределения.
3) Наиболее существенные количественные характеристики однотипных изделий при их массовом производстве.
4) Расстояние между электростанцией и местом обрыва кабеля, по которому передается электрическая энергия.
5) Время между соседними отказами в процессе эксплуатации системы, состоящей из большого числа элементов.
6) Промежуток времени между последовательными поступлениями вызовов больных на пункт скорой помощи.

Вопрос 5

Выберите примеры показательной (экспоненциальной) случайной величины.

Варианты ответов:

1) Координаты точек попадания при обстреле цели в одинаковых условиях из одного и того же орудия, если прицел постоянен.
2) Ошибки при стрельбе по мишени.
3) Ошибка, вызванная разными способами округления показаний измерительного прибора до целых делений шкалы.
4) Промежуток времени между последовательными поступлениями вызовов на телефонную станцию.
5) Продолжительность безотказной работы радиоэлементов.
6) Величина времени свободного пробега молекул газа.

Вопрос 6

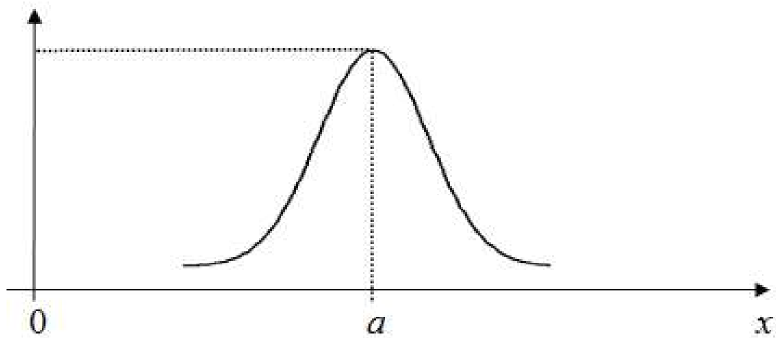
Выберите примеры случайной величины, имеющей равномерное распределение.

Варианты ответов:

1) Проекции на оси координат скорости, с которой движется молекула свободного газа.
2) Расстояние между электростанцией и местом обрыва кабеля, по которому передается электрическая энергия.
3) Время ожидания пассажиром прибытия автобуса при регулярном расписании на маршруте и случайном прибытии пассажира на остановку.
4) Ошибка при компьютерных расчётах, когда вычисления проводятся с точностью, до второго знака после запятой.
5) Промежуток времени между последовательными распадами атомов радиоактивного вещества.
6) Время между последовательными прибытиями автомобилей к стоп-линии изолированного перекрёстка.

Вопрос 7

Что изображено на рисунке?

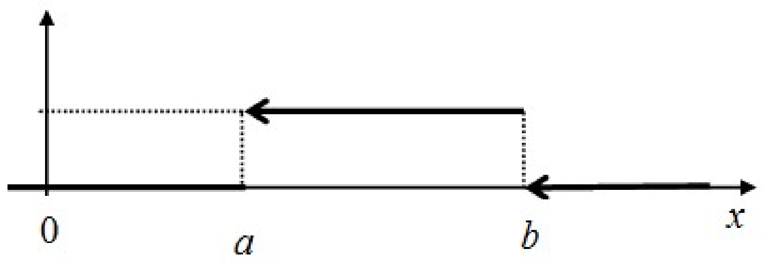


Варианты ответов:

1) График плотности распределения нормальной случайной величины.
2) График интегральной функции распределения нормальной случайной величины.
3) График плотности распределения равномерной случайной величины.
4) График интегральной функции распределения равномерной случайной величины.
5) График плотности распределения показательной случайной величины.
6) График интегральной функции распределения показательной случайной величины.

Вопрос 8

Что изображено на рисунке?

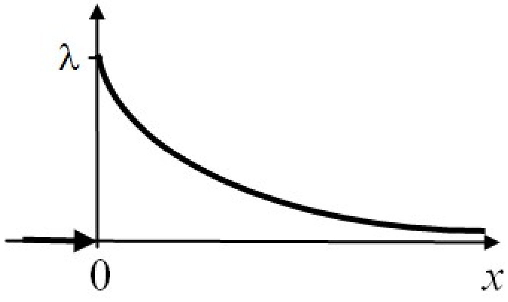


Варианты ответов:

1) График плотности распределения нормальной случайной величины.
2) График интегральной функции распределения нормальной случайной величины.
3) График плотности распределения равномерной случайной величины.
4) График интегральной функции распределения равномерной случайной величины.
5) График плотности распределения показательной случайной величины.
6) График интегральной функции распределения показательной случайной величины.

Вопрос 9

Что изображено на рисунке?



Варианты ответов:

1) График плотности распределения нормальной случайной величины.
2) График интегральной функции распределения нормальной случайной величины.
3) График плотности распределения равномерной случайной величины.
4) График интегральной функции распределения равномерной случайной величины.
5) График плотности распределения показательной случайной величины.
6) График интегральной функции распределения показательной случайной величины.

Вопрос 10

Непрерывная величина ξ является $(2,\ 4)$ - нормальной. Вычислить математическое ожидание $\mathrm{M}\xi$ и дисперсию $\mathrm{D}\xi$ с.в. ξ.

Варианты ответов:

1) $\mathrm{M}\xi = 2, \quad \mathrm{D}\xi = 20.$
2) $\mathrm{M}\xi = 2, \quad \mathrm{D}\xi = 5.$
3) $\mathrm{M}\xi = 4, \quad \mathrm{D}\xi = 16.$
4) $\mathrm{M}\xi = 2, \quad \mathrm{D}\xi = 16.$
5) $\mathrm{M}\xi = 4, \quad \mathrm{D}\xi = 6.$

Вопрос 11

Непрерывная случайная величина ξ имеет равномерное распределение на промежутке $(1,7]$. Вычислить математическое ожидание $\mathrm{M}\xi$ и дисперсию $\mathrm{D}\xi$ с.в. ξ.

Варианты ответов:

1) $\mathrm{M}\xi = 2, \quad \mathrm{D}\xi = 2.$

2) $\mathrm{M}\xi = 2$, $\mathrm{D}\xi = 5$.

3) $\mathrm{M}\xi = 3$, $\mathrm{D}\xi = 4$.

4) $\mathrm{M}\xi = 2$, $\mathrm{D}\xi = 3$.

5) $\mathrm{M}\xi = 4$, $\mathrm{D}\xi = 3$.

Вопрос 12

Непрерывная случайная величина ξ имеет экспоненциальное распределение, с параметром $\lambda = 2$. Вычислить математическое ожидание $\mathrm{M}\xi$ и дисперсию $\mathrm{D}\xi$ с.в. ξ

Варианты ответов:

1) $\mathrm{M}\xi = 2$, $\mathrm{D}\xi = 2$.

2) $\mathrm{M}\xi = 1$, $\mathrm{D}\xi = 1$.

3) $\mathrm{M}\xi = 0{,}5$, $\mathrm{D}\xi = 0{,}25$.

4) $\mathrm{M}\xi = 0{,}2$, $\mathrm{D}\xi = 0{,}25$.

5) $\mathrm{M}\xi = 0{,}5$, $\mathrm{D}\xi = 0{,}5$.

3. Ответы к тестам

Одномерные дискретные случайные величины, их законы распределения

Номер вопроса	Ответ
1	3
2	2, 6
3	1, 2
4	2
5	1, 2
6	1
7	3
8	4
9	2
10	5
11	1, 3
12	4
13	4

Одномерные непрерывные случайные величины, их законы распределения

Номер вопроса	Ответ
1	4
2	2, 3
3	3
4	1, 4
5	1, 4
6	1, 3
7	1, 4
8	1
9	1, 2
10	2
11	5
12	3
13	1
14	5

Числовые характеристики одномерных случайных величин

Номер вопроса	Ответ
1	1, 3
2	1, 4, 5
3	1, 4
4	1, 4
5	2
6	3
7	5
8	1
9	3, 5
10	1
11	1
12	1, 3, 5
13	1, 3, 5
14	1
15	1
16	1, 3, 5
17	1, 3, 5
18	1, 4, 5

Функциональные зависимости от одномерных случайных величин

Номер вопроса	Ответ
1	1, 3
2	1, 3
3	6
4	3
5	4
6	2
7	2, 4
8	4
9	3
10	2
11	1, 3

Наиболее распространенные дискретные случайные величины

Номер вопроса	Ответ
1	1
2	3
3	5
4	1, 2
5	5, 6
6	3, 4
7	1
8	1
9	1
10	2
11	4
12	4
13	5
14	3

Тестовые непрерывные случайные величины

Номер вопроса	Ответ
1	1
2	1
3	5
4	1, 2, 3
5	4, 5, 6
6	2, 3, 4
7	1
8	3
9	5
10	4
11	5
12	3

4. Практические задания

Раздел содержит типовые практические задания по теме «Одномерные случайные величины» для проведения контрольных работ в аудитории.

4.1. Одномерные дискретные случайные величины, их законы распределения

Задача 1. Ряд распределения дискретной случайной величины ξ имеет вид:

$\xi = x_i$	-2	-1	0	1	2
$P(\xi = x_i)$	0,1	0,2	0,2	0,4	0,1

Требуется: а) построить многоугольник распределения; б) найти интегральную функцию распределения с.в. ξ и построить ее график; в) вычислить $P(|\xi| \le 1)$.

Задача 2. Интегральная функция распределения дискретной случайной величины ξ имеет следующий вид:

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0 & x \le -6; \\ 0{,}15 & -6 < x \le -1; \\ 0{,}4 & -1 < x \le 2{,}4; \\ 0{,}57, & 2{,}4 < x \le 5; \\ 0{,}92, & 5 < x \le 9{,}3; \\ 1, & x > 9{,}3. \end{cases}$$

Требуется построить ряд распределения с.в. ξ.

Задача 3. Имеется три независимо работающих устройства. Вероятность выдержать испытание для первого устройства равна 0,6, для второго – 0,7 и для третьего – 0,8. Пусть с.в. ξ - число устройств, выдержавших испытание. Необходимо построить интегральную функцию распределения с.в. ξ.

Задача 4. Игральную кость подбрасывают до тех пор, пока на верхней грани кости не выпадет 6 очков. Пусть ξ - число произведенных подбрасываний кости. Найти ряд распределения с.в. ξ и вычислить вероятность $P(\xi \ge 6)$.

Задача 5.

Ряд распределения дискретной случайной величины ξ имеет вид:

$\xi = x_i$	-3	0	1	2
$\mathrm{P}(\xi = x_i)$	$2c$	$7c^2$	c	$3c$

Найти константу с, построить график интегральной функции распределения с.в. ξ.

Задача 6.

Ряд распределения дискретной случайной величины ξ имеет вид:

$\xi = x_i$	0	1	2	3
$\mathrm{P}(\xi = x_i)$	0,2	0,1	p	0,3

Найти константу p, построить функцию распределения с.в. ξ.

Задача 7. Интегральная функция распределения дискретной случайной величины ξ имеет следующий вид:

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0 & x \le 2; \\ 0{,}3, & 2 < x \le 3; \\ 0{,}5, & 3 < x \le 4; \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

Построить ряд распределения с.в. ξ, найти вероятности $\mathrm{P}(\xi \ge 3{,}5)$ и $\mathrm{P}(|\xi| \le 2{,}5)$.

Задача 8. Два стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,8, а для второго – 0,4. Пусть случайная величина ξ – суммарное число попаданий обоих стрелков. Для с.в. ξ необходимо построить ряд распределения и многоугольник распределения, вычислить вероятность $\mathrm{P}(0 \le \xi < 2)$.

Задача 9. Из урны, содержащей 3 белых и 6 черных шаров случайным образом, без возвращения извлекают 2 шара. Случайная величина ξ - число белых шаров в выборке. Для с.в. ξ построить интегральную функцию распределения и начертить ее график, вычислить вероятности $\mathrm{P}(\xi \le 3)$, $\mathrm{P}(\xi > 1)$ и $\mathrm{P}(1 < \xi \le 3)$.

Задача 10. Построить ряд распределения и интегральную функцию распределения случайного числа ξ попаданий мяча в корзину при двух бросаниях, если вероятность попадания при одном броске равна 0,4.

Задача 11. Симметричная монета подбрасывается n раз. Рассматривается с.в. ξ, соответствующая числу выпавших гербов. Построить ряд распределения этой случайной величины.

Задача 12. Производится n независимых опытов, в каждом из которых событие A происходит с вероятностью p. Найти ряд распределения с.в. ξ – числа наступлений события $\overline{A}$ (противоположного A события) в серии из n опытов.

4.2. Одномерные непрерывные случайные величины, их законы распределения

Задача 1. Плотность распределения вероятностей случайной величины ξ имеет вид: $f_\xi(x) = \dfrac{a}{1+x^2}, -\infty < x < +\infty.$ Требуется найти значение константы a и вид интегральной функции распределения $F_\xi(x)$.

Задача 2. Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины ξ определяется формулой:

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \le 2; \\ (x-2)^2, & 2 < x \le 3; \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

Найти: а) плотность распределения вероятностей с.в. ξ и построить ее график; б) вычислить вероятности $\mathrm{P}(1 < \xi < 2{,}5)$ и $\mathrm{P}(2{,}5 \le \xi \le 3{,}5)$.

Задача 3. Плотность распределения вероятностей с.в. ξ определяется формулой:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [1,2]; \\ x - \dfrac{1}{2}, & x \in [1,2]. \end{cases}$$

Необходимо найти интегральную функцию распределения $F_\xi(x)$ и построить ее график, вычислить вероятность $\mathrm{P}(1<\xi\le 1{,}5)$.

Задача 4. Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины ξ имеет следующий вид:

$$F_\xi(x)=\begin{cases}0, & x\le -1;\\ ax^2+bx+\dfrac{2}{5}, & -1<x\le 1;\\ 1, & x>1.\end{cases}$$

Найти константы a,b и плотность распределения $f_\xi(x)$.

Задача 5. Плотность распределения вероятностей случайной величины ξ имеет вид:

$$f_\xi(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}, & x\in(1,a);\\ 0, & x\notin(1,a).\end{cases}$$

Найти: а) значение константы a; б) интегральную функцию распределения $F_\xi(x)$; в) вероятность $\mathrm{P}(1<\xi<\dfrac{e}{2})$.

Задача 6. Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины ξ определяется формулой $F_\xi(x)=A+B\cdot arctgx,\ -\infty<x<+\infty$. Найти константы A,B, плотность распределения $f_\xi(x)$, вероятность $\mathrm{P}(|\xi|>\sqrt{3})$.

Задача 7. Плотность распределения случайной величины ξ имеет вид:

$$f_\xi(x)=\begin{cases}\dfrac{Ax}{1+x^4}, & x>0;\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$$

Найти: а) константу A; б) интегральную функцию распределения $F_\xi(x)$; в) вероятность

$\mathrm{P}(0\le\xi\le 1)$.

Задача 8. Плотность распределения случайной величины ξ имеет вид:

$$f_\xi(x)=\begin{cases} A\sin x, & x\in[0,\pi];\\ 0, & x\notin[0,\pi]. \end{cases}$$

Найти: а) константу A; б) интегральную функцию распределения $F_\xi(x)$; в) вероятность

$\mathrm{P}(0\le\xi\le\frac{\pi}{4})$.

Задача 9. Плотность распределения случайной величины ξ имеет вид:

$$f_\xi(x)=\begin{cases} A\cos x, & x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}];\\ 0, & x\notin[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]. \end{cases}$$

Найти: а) константу A; б) интегральную функцию распределения $F_\xi(x)$; в) вероятность

$\mathrm{P}(|\xi|<\frac{\pi}{4})$.

Задача 10. Можно ли подобрать постоянную c так, чтобы функция $f(x)=cx^{-3}$ определяла плотность распределения вероятностей некоторой случайной величины на: а) отрезке $[-2,-1]$; б) луче $(0,+\infty)$?

Задача 11. Можно ли подобрать постоянную c так, чтобы функция $f(x)=cx^{-2}$ определяла плотность распределения вероятностей некоторой случайной величины на: а) луче $[1,+\infty)$; б) отрезке $[1,2]$?

Задача 12. Однородный провод длиной один метр растягивается за концы и разрывается. Случайная величина ξ - длина большего куска провода. Найти интегральную функцию распределения $F_\xi(x)$ и построить ее график.

4.3. Числовые характеристики одномерных случайных величин

Задача 1. Найти неизвестные параметры *x, p* и вычислить среднее квадратическое отклонение $\sigma(\xi)$ случайной величины ξ, если задан ее ряд распределения

$\xi = x_i$	2	x	0	-2
$\mathrm{P}(\xi = x_i)$	0,1	0,2	0,6	p

и известно, что начальный момент 3-го порядка с. в. ξ равен b ($\alpha_3(\xi) = b$).

Задача 2. В каждом из трех наборов лежит по 10 конфет. При этом в первом наборе есть 3 конфеты в обертке, во втором – 2 и в третьем – 4. Из каждого набора взяли по одной конфете. Случайная величина ξ соответствует общему числу конфет в обертке среди выбранных. Построить интегральную функцию распределения $F_\xi(x)$, найти медиану $\mathrm{Me}\xi$, моду $\mathrm{Mo}\xi$ и наивероятнейшее значение $\mathrm{Mo}^*\xi$ случайной величины ξ.

Задача 3. В первой группе 24 студента, во второй – 22 и в третьей – 26. Из них девушек соответственно 18, 11 и 10. Для дежурства из каждой группы выбрали по одному человеку. Случайная величина ξ – общее число девушек среди выбранных студентов. Вычислить $\mathrm{M}\xi$ и $\mathrm{D}\xi$, используя свойства математического ожидания и дисперсии.

Задача 4. В первой группе 24 студента, во второй – 22 и в третьей – 26. Из них девушек соответственно 18, 11 и 10. Для дежурства из каждой группы выбрали по одному человеку. Случайная величина ξ – общее число девушек среди выбранных студентов. Вычислить $\mathrm{M}\xi$ и $\mathrm{D}\xi$, используя свойства математического ожидания и дисперсии.

Задача 5. Случайная величина ξ имеет два возможных значения x_1 и x_2, причем $x_2 > x_1$. Известно, что $\mathrm{P}(\xi = x_1) = 0,6$, $\mathrm{M}\xi = 1,4$, $\mathrm{D}\xi = 0,24$. Построить ряд распределения случайной величины ξ.

Задача 6. Пусть $\mathrm{M}(\xi) = 2$ и $\mathrm{D}(\xi) = 10$. Найти, используя свойства математического ожидания и дисперсии $\mathrm{M}(\eta)$ и $\mathrm{D}(\eta)$, если случайная величина $\eta = 2\xi + 5$.

Задача 7. Ряд распределения дискретной случайной величины ξ имеет вид:

$\xi = x_i$	-1	0	2	x
$\mathrm{P}(\xi = x_i)$	0,2	0,3	0,1	0,4

и известно, что математическое ожидание $\mathrm{M}(\xi) = 1$. Найти неизвестный параметр x, построить график интегральной функции распределения $F_\xi(x)$, вычислить среднее квадратическое отклонение $\sigma(\xi)$ и начальный момент 3-го порядка $\alpha_3(\xi)$ случайной величины ξ.

Задача 8. Ряд распределения дискретной случайной величины ξ имеет вид:

$\xi = x_i$	2	3	4	5
$\mathrm{P}(\xi = x_i)$	p	0,2	q	0,1

и известно, что математическое ожидание $\mathrm{M}(\xi) = 3{,}5$. Найти неизвестные параметры p и q, вычислить дисперсию $\mathrm{D}(\xi)$ и центральный момент 3-го порядка $\beta_3(\xi)$ случайной величины ξ.

Задача 9. Задан ряд распределения дискретной случайной величины ξ:

$\xi = x_i$	-2	-1	0	1
$\mathrm{P}(\xi = x_i)$	$3p$	$2p$	p	$2p$

Найти неизвестный параметр p, построить интегральную функцию распределения $F_\xi(x)$, вычислить математическое ожидание $\mathrm{M}(\xi)$ и дисперсию $\mathrm{D}(\xi)$ с. в. ξ.

Задача 10. Дан ряд распределения дискретной случайной величины ξ:

$\xi = x_i$	-1	x	3	5
$\mathrm{P}(\xi = x_i)$	$4p$	$3p$	$2p$	p

и известно, что $\mathrm{D}(\xi)=4$. Найти неизвестные параметры x и p, вычислить математическое ожидание $\mathrm{M}(\xi)$ и начальный момент 2-го порядка $\alpha_2(\xi)$ с. в. ξ.

Задача 12. Плотность распределения случайной величины ξ имеет вид:

$$f_\xi(x)=\begin{cases} A(x^2+2x), & x\in[0,2];\\ 0, & x\notin[0,2]. \end{cases}$$

Найти константу A, математическое ожидание $\mathrm{M}(\xi)$, моду $\mathrm{Mo}(\xi)$ и наивероятнейшее значение $\mathrm{Mo}^*(\xi)$ с. в. ξ.

Задача 13. Плотность распределения случайной величины ξ имеет вид:

$$f_\xi(x)=\begin{cases} A\cos x, & x\in[0,\frac{\pi}{2}];\\ 0, & x\notin[0,\frac{\pi}{2}]. \end{cases}$$

Найти константу A, среднее квадратическое отклонение $\sigma(\xi)$ и начальный момент 3-го порядка $\alpha_3(\xi)$ с. в. ξ.

Задача 14. Задана плотность распределения случайной величины ξ:

$$f_\xi(x)=\begin{cases} A\sin 2x, & x\in[0,\frac{\pi}{2}];\\ 0, & x\notin[0,\frac{\pi}{2}]. \end{cases}$$

Найти константу A, интегральную функцию распределения $F_\xi(x)$, математическое ожидание $\mathrm{M}(\xi)$ и медиану $\mathrm{Me}(\xi)$ с. в. ξ.

Задача 15. Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины ξ имеет следующий вид:

$$F_\xi(x)=\begin{cases} 0, & x\le -a;\\ \frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\arcsin\frac{x}{a}, & -a<x\le a;\\ 1, & x>a. \end{cases}$$

Найти квантиль $x_{0,75}$ и медиану с.в. ξ.

Задача 16. Плотность распределения случайной величины ξ имеет вид:

$$f_\xi(x)=\begin{cases} ax^2e^{-bx}, & x>0, \\ 0, & x\le 0, \end{cases}$$ где $a>0, b>0$.

Найти математическое ожидание и моду $\mathrm{Mo}(\xi)$ случайной величины ξ.

Задача 17. Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины ξ определяется формулой:

$$F_\xi(x)=\begin{cases} 0, & x\le 2; \\ (x-2)^2, & 2<x\le 3; \\ 1, & x>3. \end{cases}$$

Найти и медиану $\mathrm{Me}(\xi)$ с. в. ξ.

Задача 18. Задана плотность распределения случайной величины ξ:

$$f_\xi(x)=\begin{cases} \frac{3}{2}x^2, & x\in[0,1]; \\ \frac{3}{2}(2-x)^2, & x\in(1,2]; \\ 0, & x\notin[0,2]. \end{cases}$$

Найти для с. в. ξ начальные и центральные моменты первых трех порядков.

Задача 19. Найти математическое ожидание и дисперсию а) числа очков выпадающих при бросании одной игральной кости; б) суммы очков, выпадающих при бросании n игральных костей.

Задача 20. Интегральная функция распределения дискретной случайной величины ξ имеет следующий вид:

$$F_\xi(x)=\begin{cases} 0 & x\le 2; \\ 0,3, & 2<x\le 3; \\ 0,5, & 3<x\le 4; \\ 1, & x>4. \end{cases}$$

Построить ряд распределения, найти математическое ожидание $\mathrm{M}(\xi)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(\xi)$ с.в. ξ.

4.4. Функциональные зависимости от одномерных случайных величин

Задача 1. Закон распределения случайной величины ξ задан в виде таблицы:

$\xi = x_i$	-3	-1	0	1	3	10
$\mathrm{P}(\xi = x_i)$	1/12	1/12	1/6	1/6	1/4	1/4

Найти закон распределения случайной величины $\eta = \xi^2$.

Задача 2. Случайная величина ξ имеет ряд распределения:

$\xi = x_i$	$\pi/4$	$\pi/2$	$7\pi/4$
$\mathrm{P}(\xi = x_i)$	0,2	0,7	0,1

Найти ряд распределения случайной величины $\eta = \cos\xi$.

Задача 3. Дискретная случайная величина ξ имеет ряд распределения:

$\xi = x_i$	0	$\pi/6$	$\pi/2$	$5\pi/6$	π
$\mathrm{P}(\xi = x_i)$	0,1	0,3	0,1	0,2	0,3

Найти ряд распределения случайной величины $\eta = \sin\xi$.

Задача 4. Закон распределения случайной величины ξ задан в виде таблицы:

$\xi = x_i$	-4	-3	-1	1	2	3
$\mathrm{P}(\xi = x_i)$	1/12	1/12	1/6	1/6	1/4	1/4

Найти ряды распределения с. в. $\eta = 2\xi$ и $\eta = |\xi|$.

Задача 5. Закон распределения дискретной случайной величины ξ имеет вид:

$\mathrm{P}(\xi = k) = \dfrac{1}{2n+1}, k = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm n$ (n - натуральное число). Найти закон распределения с. в. η, если а) $\eta = \xi^2$; б) $\eta = |\xi| + \xi$.

Задача 6. Пусть $F_\xi(x)$ и $f_\xi(x)$ соответственно интегральная функция распределения и плотность распределения случайной величины ξ. Найти интегральную функцию распределения $F_\eta(y)$ и плотность распределения $f_\eta(y)$ случайной величины η, если: а) $\eta = \xi + 1$, б) $\eta = \xi - 2$, в) $\eta = -\xi$.

Задача 7. Непрерывная случайная величина ξ имеет интегральную функцию распределения $F_\xi(x) = 1 - e^{-x}, x > 0$. Найти интегральную функцию распределения $F_\eta(y)$ и плотность распределения $f_\eta(y)$ случайной величины $\eta = e^{-\xi}$.

Задача 8. Плотность распределения случайной величины ξ имеет вид:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\pi}, & x \in (-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}); \\ 0, & x \notin (-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}). \end{cases}$$

Найти плотность распределения $f_\eta(y)$ случайной величины $\eta = \dfrac{1}{2}\sin\xi$ и вычислить вероятность $\mathrm{P}(\dfrac{1}{2} < \eta < \dfrac{\sqrt{2}}{2})$.

Задача 9. Известна плотность распределения случайной величины ξ:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{3}, & x \in [-1, 2]; \\ 0, & x \notin [-1, 2]. \end{cases}$$

Найти плотность распределения $f_\eta(y)$ случайной величины $\eta = \xi^3$ и вычислить вероятность $\mathrm{P}(\eta \ge 3)$.

Задача 10. Задана плотность распределения случайной величины ξ:

$$f_\xi(x)=\begin{cases} cx^{-4}, & x\ge 1;\\ 0, & x<1.\end{cases}$$

Найти: а) постоянную c, б) плотность распределения $f_\eta(y)$ случайной величины $\eta=\ln\xi$, б) вероятность $\mathrm{P}(0,5<\eta<0,75)$.

Задача 11. Плотность распределения случайной величины ξ имеет вид:

$$f_\xi(x)=\begin{cases} cx^{-3}, & x\ge 2;\\ 0, & x<2.\end{cases}$$

Найти: а) постоянную c, б) плотность распределения случайной величины $\eta=\dfrac{1}{\xi}$, б) вероятность $\mathrm{P}(0,1\le\eta<0,3)$.

Задача 12. Плотность распределения случайной величины ξ имеет вид:

$$f_\xi(x)=\begin{cases} 1, & x\in(0,1);\\ 0, & x\notin(0,1).\end{cases}$$

Найти плотность распределения $f_\eta(y)$ случайной величины η, если: а) $\eta=2\xi+1$ б) $\eta=-\ln(1-\xi)$.

Задача 13. Задана плотность распределения случайной величины ξ:

$$f_\xi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), -\infty<x<+\infty, \sigma>0.$$

Найти плотность распределения случайной величины $\eta=\dfrac{1}{\xi}$.

Задача 14. Плотность распределения случайной величины ξ имеет вид:

$$f_\xi(x)=\begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x>0;\\ 0, & x\le 0,\end{cases}$$

где $\lambda>0$. Найти плотность распределения $f_\eta(y)$ случайной величины η, если: а) $\eta=\sqrt{\xi}$ б) $\eta=\dfrac{1}{\lambda}\ln\xi$.

4.5. Наиболее распространенные дискретные случайные величины

Задача 1. Из набора костей домино (28 шт.) берут с возвращением по две кости. Опыт проделывают до тех пор, пока не будут выбраны одновременно два дупеля. Случайная величина ξ - число проведенных извлечений. Определить тип распределения с.в. ξ, найти неизвестные параметры и записать его формулу.

Задача 2. По каналу связи передается 10 сообщений, причем каждое сообщение независимо от других искажается с вероятностью 0,2. Найти среднее число искаженных сообщений в последовательности из 10 сообщений и вероятность того, что будет искажено не менее трех сообщений.

Задача 3. При каждом цикле работы радиолокатора (независимо от других циклов) объект обнаруживается с вероятностью 0,3. Случайная величина ξ – число циклов обзора до обнаружения объекта. Определить тип распределения с. в. ξ, записать его формулу, найти математическое ожидание $\mathrm{M}\xi$ и дисперсию с. в. $\mathrm{D}\xi$.

Задача 4. В лотерее среди 20 билетов участвуют 5 выигрышных. Игрок покупает 7 билетов. Случайная величина ξ соответствует числу выигрышных билетов среди купленных. Найти математическое ожидание числа выигрышных билетов $\mathrm{M}\xi$, вероятность того, что среди купленных будет а) менее трех выигрышных билетов, б) не менее трех выигрышных билетов.

Задача 5. Два игральных кубика одновременно подбрасываются 15 раз. Случайная величина ξ - число выпадений суммы в одиннадцать очков на обеих костях. Определить закон распределения с. в. ξ, найти его параметры и записать формулу.

Задача 6. В течение некоторого времени испытывают на надежность 10 приборов. Вероятность выхода из строя каждого прибора, независимо от других равна 0,15. Случайная величина ξ - число отказавших приборов. Найти дисперсию с.в. ξ и вероятность $\mathrm{P}(\xi < 2)$.

Задача 7. К стоп-линии светофора по некоторому направлению подъезжают машины с интенсивностью λ. Случайная величина ξ соответствует числу машин, прибывших за t секунд. Известно, что с. в. ξ распределена по закону Пуассона с параметром λt. Найти среднее число машин, подъезжающих к стоп-линии светофора за10 секунд и вероятность, того, что за это время подъедет не более двух машин, если $\lambda = 0,5$.

Задача 8. Симметричная монета подбрасывается 14 раз. Рассматривается случайная величина ξ – число выпавших гербов. Определить тип распределения с. в. ξ и построить ее ряд распределения.

Задача 9. Симметричная монета подбрасывается до выпадения первого герба. Случайная величина ξ - число произведенных бросков. Определить тип распределения, найти его параметры и записать формулу.

Задача 10. Производится n независимых опытов, в каждом из которых с вероятностью p может произойти событие A. Рассматривается случайная величина ξ - число наступлений события $\overline{A}$ (противоположного к A) в n опытах. Определить тип распределения с. в. ξ и найти ее ряд распределения.

Задача 11. Имеется n лампочек. Каждая из них с вероятностью p может оказаться с дефектом. Лампочка ввинчивается в патрон и включается ток. При включении тока дефектная лампочка сразу перегорает, после чего заменяется другой. Рассматривается случайная величина ξ - число лампочек, которое будет проверено. Определить тип распределения с. в. ξ и найти ее ряд распределения.

Задача 12. Симметричная монета подбрасывается до тех пор, пока не выпадет k гербов. Пусть ξ - число «решеток», выпавших до окончания эксперимента. Найти закон распределения с. в. ξ.

Задача 13. Производится ряд попыток включить двигатель. Каждая попытка заканчивается успехом (включением двигателя) независимо от других с вероятностью p. Каждая попытка занимает время t. Найти закон распределения общего времени $T = np$, которое потребуется для запуска двигателя.

4.6. Тестовые непрерывные случайные величины

Задача 1. Измерение дальности до объекта сопровождается систематическими и случайными ошибками. Систематическая ошибка равна 50 м в сторону занижения дальности. Случайные ошибки подчиняются нормальному закону со средним квадратическим отклонением равным 100 м. Найти: вероятность измерения дальности с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 150 м.

Задача 2. Проводятся измерения диаметра сечения трубы, рассматривается ошибка измерений. Известно, что систематическая ошибка измерения равна 0,5 и стандарт ошибки равен 1,2. Найти вероятность того, что ошибка измерения будет находиться в промежутке [-0,7, 1,7). Для простоты предполагаем, что измерения проводятся в неких условных единицах.

Задача 3. Срединная ошибка измерения дальности радиолокатором равна 25 м, а систематическая ошибка отсутствует. Определить: а) дисперсию ошибок измерения дальности; б) вероятность получения ошибки измерения дальности, не превосходящей по абсолютной величине 20 м.

Задача 4. Определить серединную ошибку прибора, если систематических ошибок он не имеет, а случайные распределены по нормальному закону и с вероятностью 0,9 не выходят за пределы ± 12 условных единиц.

Задача 5. Определить серединную ошибку прибора, если систематическая ошибка равна 3 условных единицы, а случайные распределены по нормальному закону и с вероятностью 0,6 не выходят за пределы ± 10 условных единиц.

Задача 6. Поезда метро идут строго по расписанию с интервалом движения в 5 минут. Найти вероятность того, что пассажир, пришедший к платформе в случайный момент времени будет ожидать посадки не более двух минут.

Задача 7. Шкала секундомера имеет цену деления 0,2 сек. Какова вероятность сделать по этому секундомеру отсчет времени с ошибкой более 0,05 сек., если отсчет ведется с точностью до целого деления с округлением в ближайшую сторону.

Задача 8. Маршрутные такси прибывают на остановку с интервалом 7 минут. Некто приходит на остановку в случайный момент времени. Найти среднее квадратическое отклонение времени ожидания пассажиром такси. Вычислить вероятность того, что пассажир будет ожидать такси не менее трех минут.

Задача 9. Фиксируется время ξ безотказной работы ЭВМ. Известно, что случайная величина ξ имеет показательное распределение, причем среднее время безотказной работы равно 2 условным единицам. Найти вероятность того что ЭВМ проработает не менее 4 условных единиц.

Задача 10. Время ожидания покупателя в очереди распределено показательно. Вычислить вероятность того, что покупателю придется ждать обслуживания не менее 7 минут, если известно, что среднее ожидание обслуживания равно 5 минут.

Задача 11. Случайная величина ξ распределена нормально, причем известно, что $\mathrm{M}(\xi) = -1$ и $\mathrm{D}\xi = 4$. Вычислить приближенно вероятность $\mathrm{P}(-2 < \xi < 1)$ и значение интегральной функции распределения с. в. ξ в точке $x_0 = 1,4$.

Задача 12. Случайная величина ξ распределена равномерно в интервале $(0, \pi)$. Найти плотность распределения с. в. $\eta = \cos\xi$.

Задача 13. Случайная величина ξ распределена равномерно в промежутке $[1,5]$. Найти вероятность $\mathrm{P}(2 < \xi \le 4)$, математическое ожидание $\mathrm{M}(\xi)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(\xi)$ с. в. ξ.

Литература

1. Федоткин М. А. Модели в теории вероятностей. Учебник. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012.

2. Ширяев А. Н. Вероятность –1, 2. – М.: МЦНМО, 2004.

3. Боровков А. А. Теория вероятностей. – М.: Эдиториал УРСС, 1999.

4. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. – М.: Эдиториал УРСС, 2005.

5. Федоткин М. А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики. Учебник. – М.: Высшая школа, 2006.

6. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистики и теории случайных функций, под редакцией А. А. Свешникова. – М.: Наука, 1970.

7. Севастьянов Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики. – М.: Наука, 1982.

8. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и её приложения. Т. 1, 2. – М.: Мир, 1984.

9. Пытьев Ю. П., Шишмарев И. А. Курс теории вероятностей и математической статистики для физиков. – М.: МГУ, 1983.

10. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1988.

11. Агапов Г. И. Задачник по теории вероятностей: Учеб. пособие для ВУЗов. – М.: Высшая школа, 1994.

Татьяна Сергеевна **Бородина**
Екатерина Вадимовна **Пройдакова**

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ПО ТЕМЕ «ОДНОМЕРНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ»

Учебно-методическое пособие

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского».
603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.